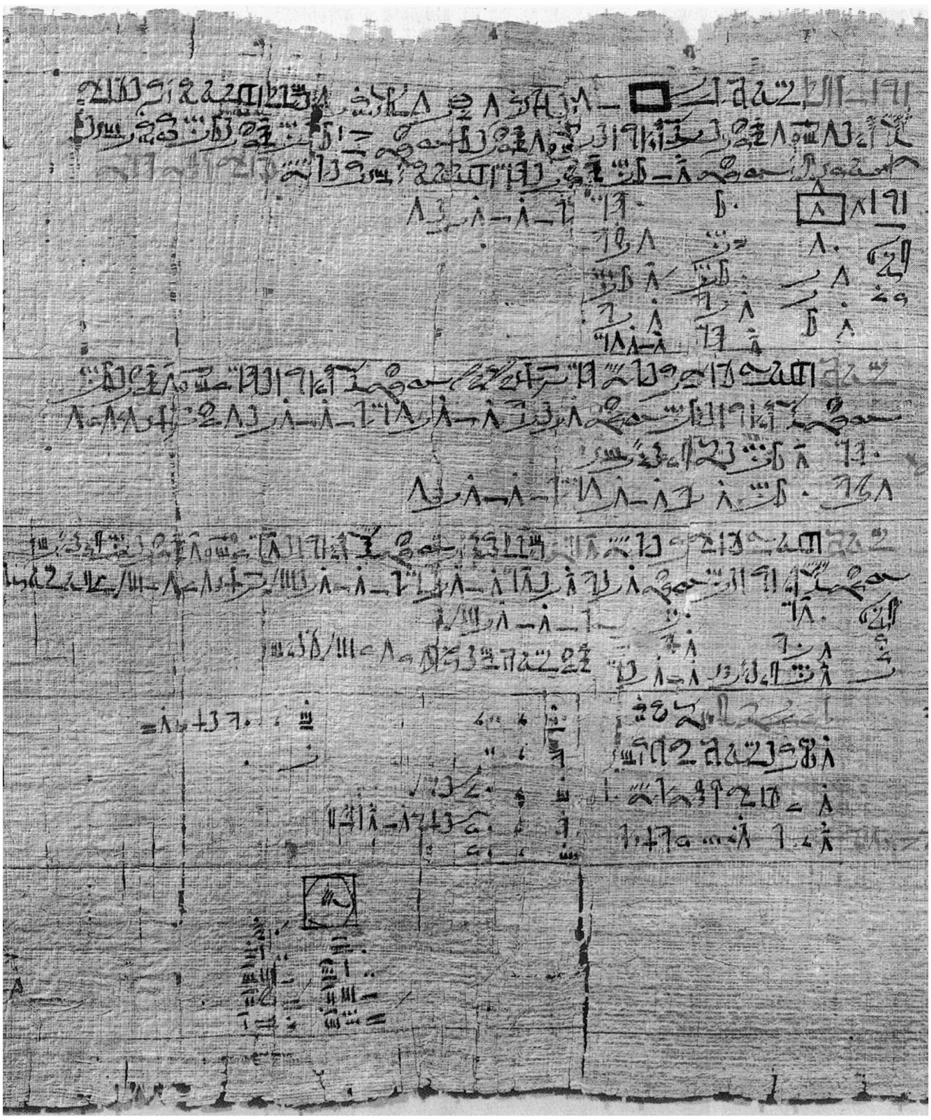


Papyrus mathématique **RHIND (du nom de son acheteur écossais, en 1858 ; British Museum 110057 et 10058)).** Partie finale des problèmes 43 à 46 et problèmes 47 et 48. Ce papyrus a été recopié par le **scribe Ahmès** (1650 av. J.C.) d'un papyrus plus ancien remontant au Moyen Empire (règne du pharaon Amenemhat III, deuxième moitié du XIX^{ème} siècle avant J.C.)

❐ L'Apport de l'Afrique aux sciences exactes : les mathématiques égyptiennes*

Cheikh Anta DIOP

MATHÉMATIQUES ÉGYPTIENNES : GÉOMÉTRIE

Il sera instructif de mettre en relief, en matière d'introduction à ce chapitre, les rapports indéniables qui existent entre la mathématique égyptienne et les prétendues découvertes qui ont fait la célébrité des savants grecs, tels ARCHIMÈDE et PYTHAGORE pour ne citer que ceux-là.

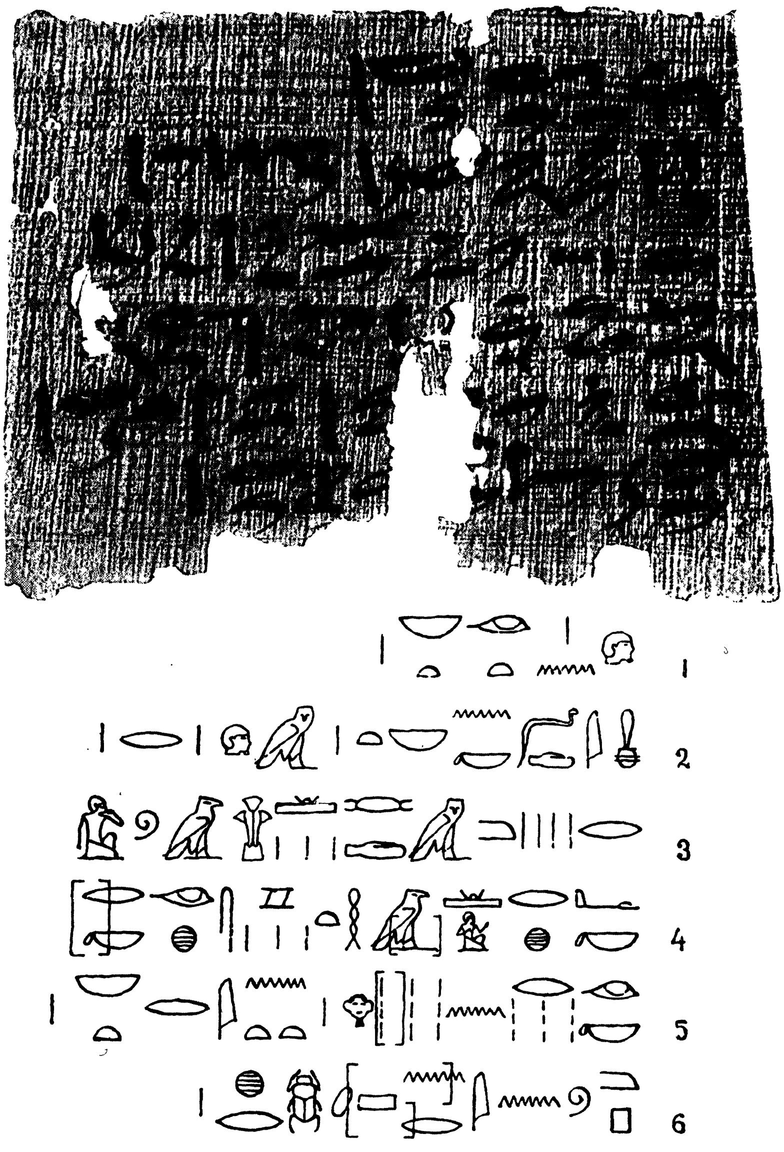
S'agissant de sa méthode d'investigation, ARCHIMÈDE, le plus grand représentant de l'intellectualisme grec dans l'antiquité, n'hésite pas à révéler, par lettre, à son ami ERATOSTHÈNE, qu'il procède par pesée, pour constater, empiriquement d'abord, l'égalité de surface de deux figures géométriques avant d'entreprendre une démonstration à caractère théorique a posteriori ; et il recommande même sa méthode à ERATOSTHÈNE : c'est précisément celle qu'il a utilisée dans la quadrature de la parabole.

« ARCHIMÈDE *dédie son traité* De la Méthode *à son ami, le géomètre* ERATOSTHÈNE, *et il lui dévoile sa méthode mécanique [de pesée des figures géométriques] comme la source cachée de ses principales découvertes*[1]. » Mais Paul VER EECKE ajoute plus loin, comme si dans son for intérieur, il accusait ARCHIMÈDE de malhonnêteté intellectuelle :

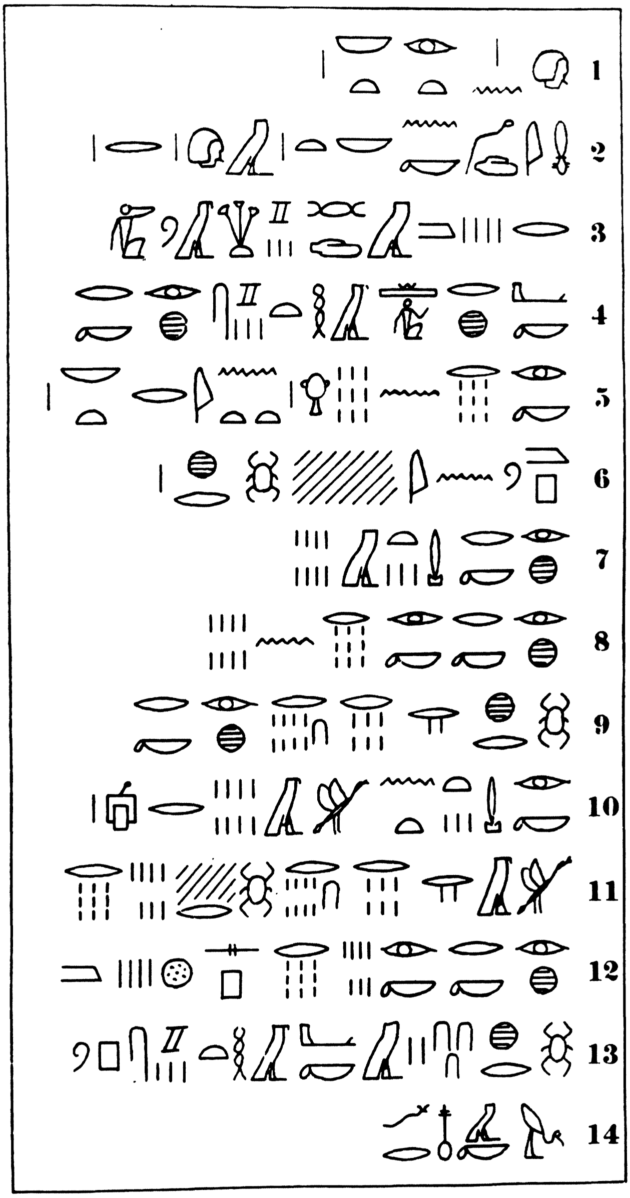
« *En effet, si le traité de la méthode mécanique, récemment mis au jour, est venu nous révéler le secret de quelques-unes des plus belles*

1. Paul VER EECKE : *Les Œuvres complètes d'Archimède*, Albert Blanchard, Paris, 1960. Introduction, p. XLIV-XLV.

* Extrait du chapitre 16 "*Apport de l'Afrique : Sciences*" du livre de Cheikh Anta Diop : *Civilisation ou Barbarie* (Paris, Présence Africaine, pp. 293-349).



34 Texte en hiératique du problème n° 10 du *Papyrus de Moscou* et transcription partielle des six premières lignes en écriture hiéroglyphique, d'après Struve. On remarquera que la dernière ligne (6) contient l'expression qui fait l'objet de controverses : *«ges pw n inr»* = «la moitié d'un œuf». (O. Neugebauer : *Vorlesungen über Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften,* Julius Springer, Berlin, 1934, tome I, p. 129.)



35 Texte complet du problème n° 10 du *Papyrus de Moscou,* d'après T.E. Peet. (T.E. Peet : «A problem in Egyptian geometry», in *J.E.A.,* tome 17, 1931, p. 100-106, pl. XIII.)

TRADUCTION DU TEXTE DU PROBLÈME N° 10

1 Méthode pour calculer [la surface] d'une demi-sphère
2 On te dit, une demi-sphère (avec une ouverture)
3 de 4 1/2 (de diamètre) oh
4 Peux-tu me dire sa surface ?
5 Tu calcules le 1/9 de 9 car une demi-sphère
6 Est la moitié d'un œuf. Le résultat est 1.
7 Calcule le reste, c'est-à-dire 8
8 Calcule le 1/9 de 8
9 Le résultat est $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$
10 Calcule le reste de 8
11 Après avoir soustrait $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ Le résultat est 7 + 1/9
12 Multiplie 7 1/9 par 4 1/2
13 Le résultat est 32, oh c'est sa surface
14 Tu l'as calculée correctement.

La suite des opérations est :

$$9 - 1 = 8$$

$$\frac{8}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

$$8 - \frac{8}{9} = 8 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = 7 + \frac{1}{9}$$

$$\left(7 + \frac{1}{9}\right) \times \left(4 + \frac{1}{2}\right) = 32 = \text{surface demandée.}$$

Comme le souligne Gillings, le scribe s'est surtout préoccupé de méthodologie et a effectué les opérations suivantes dans ce problème n° 10 (R.J. Gillings : *Mathematics in the time of the Pharaohs,* The M.I.T. Press, London, 1972, p. 199) :

Il a commencé par doubler le diamètre *(d)* de la demi-sphère à la ligne 5

$$\left(4 + \frac{1}{2}\right) \times 2 = 2d$$

Aux lignes 6 et 7, il calcule les 8/9 de $2d$, soit $8/9 \times 2d$.
Aux lignes 8, 9, 10, 11, il calcule les 8/9 de ce dernier résultat, ce qui donne :

$$\frac{8}{9} \times \frac{8}{9} \times 2d$$

A la ligne 12, il multiplie le tout par d pour obtenir la surface *(S)* :

$$S = d \times 2 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9} \times d = 2 \times \frac{64}{81} \times d^2$$

d'où (r étant le rayon de la sphère) :

$$S = 2 \times \frac{64}{81} \times (2\,r)^2 \quad \text{ou} \quad S = 2 \times \frac{256}{81} r^2$$

$$S = 2\pi r^2 \quad \text{avec } \pi = \frac{256}{81} = \underline{3{,}16049}$$

Ce qui précède est équivalent à la notation littérale suivante de Struve :

$$S = \left[\!\left[\left(2d - \frac{2d}{9}\right) - \frac{1}{9}\left(2d - \frac{2d}{9}\right) \right]\!\right] d$$

$$S = 2d^2 \left[\!\left[\left(1 - \frac{1}{9}\right) - \frac{1}{9}\left(1 - \frac{1}{9}\right) \right]\!\right]$$

$$S = 2d^2 \left[\!\left[\left(\frac{8}{9}\right) - \frac{1}{9}\left(\frac{8}{9}\right) \right]\!\right] = 2d^2 \left[\!\left[\frac{72-8}{81} \right]\!\right]$$

$$S = 2d^2 \times \frac{64}{81}$$

$$S = 2 \times \frac{64}{81} \times (2r)^2 = 2 \times 4 \times \frac{64}{81} \times r^2$$

$$S\ 1/2 \text{ sphère} = 2 \times \frac{256}{81} \times r^2 = \underline{2\pi r^2}$$

découvertes du grand géomètre, il n'a cependant soulevé qu'un coin du voile qui recouvre la genèse du grand nombre de propositions, lesquelles, démontrées par une double réduction à l'absurde, supposent malgré tout une notion préalable, obtenue par des moyens sur lesquels ARCHIMÈDE *a gardé le silence, ou atteinte par des voies que nous suivons encore de nos jours, mais sur lesquelles il aurait effacé soigneusement la trace de ses pas*[2]*.»*

Depuis que STRUVE a édité le *Papyrus de Moscou*[3] (fig. **34** à **36**) la communauté scientifique internationale sait de façon certaine que deux mille ans avant ARCHIMÈDE les Égyptiens avaient déjà établi la formule rigoureuse de la surface de la sphère : $S = 4\pi R^2$. STRUVE, qui s'est évertué à retrouver la démarche des mathématiciens égyptiens, pense qu'ils avaient utilisé une méthode empirico-théorique comparable en tout point à celle d'ARCHIMÈDE ; cela reste discutable, mais le *Papyrus Rhind* édité par Éric PEET nous montre que les Égyptiens connaissaient aussi la formule exacte du volume du cylindre : $V = \pi R^2 \cdot h$ et le rapport constant entre la surface d'un cercle et son diamètre. A plus forte raison ils devaient connaître la surface du cylindre qui, coupé suivant une génératrice, devient un rectangle dont ils savaient calculer la surface. Ils ont dû faire un rapprochement élémentaire qui saute aux yeux en comparaison des autres formules plus difficiles qu'ils ont établies, à savoir : établir un rapport entre la longueur de l'ancienne circonférence, devenue longueur du rectangle, et son diamètre, pour trouver $\pi = C/D$.

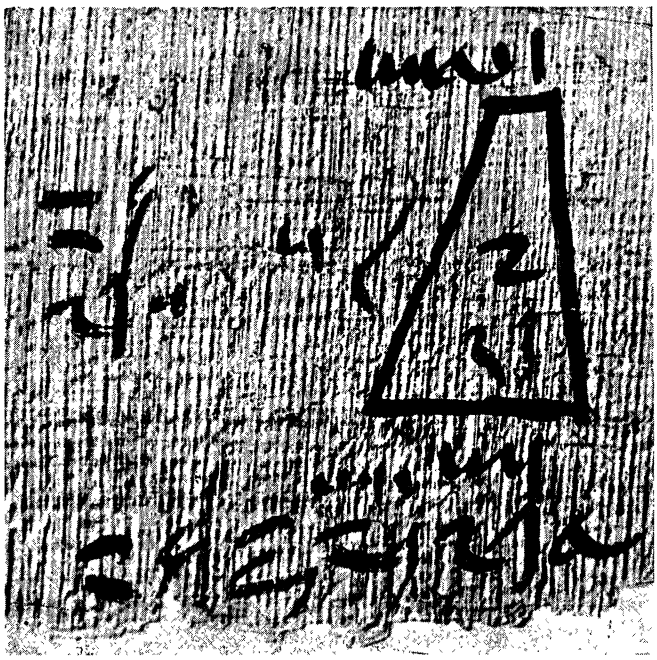
Ils connaissaient la formule exacte de la surface du cercle $S = \pi R^2$ avec une valeur de $\pi = 3{,}16$, donc ils connaissaient très probablement la longueur de la circonférence $l = 2\pi R$ avec la même approximation, comme le montre STRUVE : *«Mais l'exercice n° 10 nous a apporté ensemble la formule de la surface de la sphère et celle de la longueur de la circonférence*[4]*.»*

Dans le même ordre d'idée, c'est l'exercice n° 14 du *Papyrus de Moscou* portant sur le calcul du volume d'un tronc de pyramide

2. P. VER EECKE : *op. cit.*, p. XLIX.

3. V.V. STRUVE : *Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der Schönen Künste in Moskau.* (Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik ; Abteilung A : Quellen, Band I) Berlin, 1930.

4. *«Die Aufgabe Nr 10 hat uns aber zusammen mit der Formel für die Kugeloberfläche auch die Formel für den Kreisumfang gebracht.»* (STRUVE : *op. cit.*, p. 177-178).



36 Problème n° 14 du *Papyrus de Moscou,* relatif au volume de la pyramide tronquée. (O. Neugebauer : *Vorlesungen über Ges-chichte der antiken mathematischen Wissenschaften,* p. 127.)

(fig. **36**) qui nous a permis de savoir que les Égyptiens connaissaient également la formule exacte du volume de la pyramide, sinon on discuterait aujourd'hui encore pour savoir, malgré la matérialité des pyramides d'Égypte, si les Égyptiens connaissaient vraiment la formule du volume de la pyramide. Mais qui peut le plus peut le moins, et ceux qui ont établi la formule du tronc de pyramide

$$V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$$

savaient à plus forte raison que

$$V = \frac{h}{3}a^2.$$

Le hasard a voulu que l'expression la plus complexe analytiquement parlant, la plus inaccessible, ait été sauvée de l'oubli par les rares papyrus qui ont survécu au vandalisme des conquérants. Ainsi l'exercice 14 du *Papyrus de Moscou* et les exercices n° 56, 57, 58, 59 et 60 du *Papyrus Rhind* (fig. **37** à **40**) nous montrent que les Égyptiens avaient fait deux mille ans avant les Grecs l'étude mathématique de la pyramide et du cône et qu'ils utilisaient même les diverses lignes trigonométriques, tangente, sinus, cosinus, cotangente pour calculer leurs pentes. Ce qui n'empêchera pas ARCHIMÈDE d'écrire au géomètre Dosothée que c'est à « EUDOXE DE CNIDE *que l'on doit la mesure de la pyramide et du cône*[5] ». Au surplus, EUDOXE et PLATON furent les anciens élèves des prêtres égyptiens d'Héliopolis[6], mais ainsi que le prouvent les documents, les Égyptiens avaient déjà procédé deux mille ans avant leur naissance à l'étude des corps qu'on leur attribue. En effet, le cube, la pyramide, etc. font partie aussi des volumes élémentaires "baptisés" improprement corps platoniciens.

STRUVE montre que les mathématiciens égyptiens qui ont établi la formule rigoureuse de la surface de la sphère, formule identique à celle qui donne la surface du cylindre exinscrit à la sphère et de hauteur égale au diamètre de celle-ci, n'ont pas manqué d'associer ces deux figures pour dégager une méthode générale empirico-théorique d'étude des surfaces courbes et des volumes[7] et d'établir les rapports en surface et en volume de ces deux corps.

5. P. VER EECKE : *op. cit.*, p. XXXI.
6. Voir p. 434-435.
7. STRUVE : *op. cit.*, p. 180.

Or, une sphère inscrite dans un cylindre droit de hauteur égale au diamètre de la sphère est la figure même qu'ARCHIMÈDE avait choisie comme épitaphe, considérant qu'il s'agit là de sa plus belle découverte (fig. **41**). Ce faisant, ARCHIMÈDE n'avait même pas l'excuse d'un savant de bonne foi qui redécouvrait un théorème établi à son insu, deux mille ans avant lui, par ses prédécesseurs égyptiens. Les autres "emprunts" auxquels il s'est livré pendant et après son voyage en Égypte, sans jamais citer ses sources d'inspiration, montrent bien qu'il était parfaitement conscient de son péché, et qu'en cela il restait fidèle à une tradition grecque de plagiat qui remontait à THALÈS, PYTHAGORE, PLATON, EUDOXE, ŒNOPIDE, ARISTOTE, etc. et que les dépositions d' HÉRODOTE et de DIODORE DE SICILE nous révèlent en partie[8].

L'épitaphe d'ARCHIMÈDE, retrouvée par CICÉRON à Syracuse, prouve qu'il ne s'agit pas d'un mythe propagé par la tradition[9].

Il est remarquable que les Romains, qui ont été moins en contact avec les Égyptiens, n'aient pratiquement rien apporté aux sciences exactes, à la géométrie en particulier.

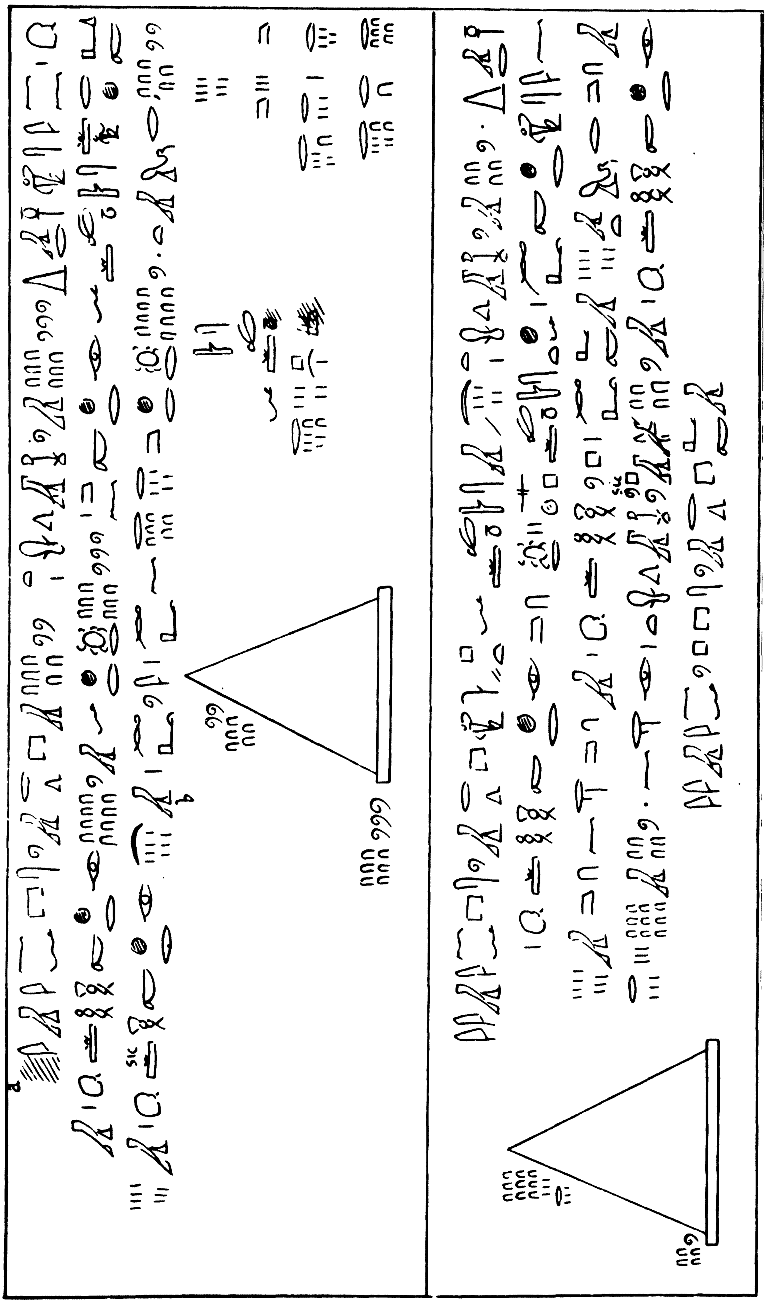
Donc, les acquisitions scientifiques antérieures des anciens Égyptiens sont largement impliquées dans les livres d'ARCHIMÈDE intitulés *De la sphère et du cylindre, De la mesure du cercle,* pour ne citer que ceux-là.

En effet, ARCHIMÈDE, dans ce dernier livre, en calculant la valeur de $\pi = 3{,}14$ n'a fait nulle part allusion à la valeur très voisine de $\pi = 3{,}16$ trouvée par les Égyptiens deux mille ans avant lui. Il ne se doutait pas qu'un papyrus égyptien apprendrait accidentellement la vérité à la postérité.

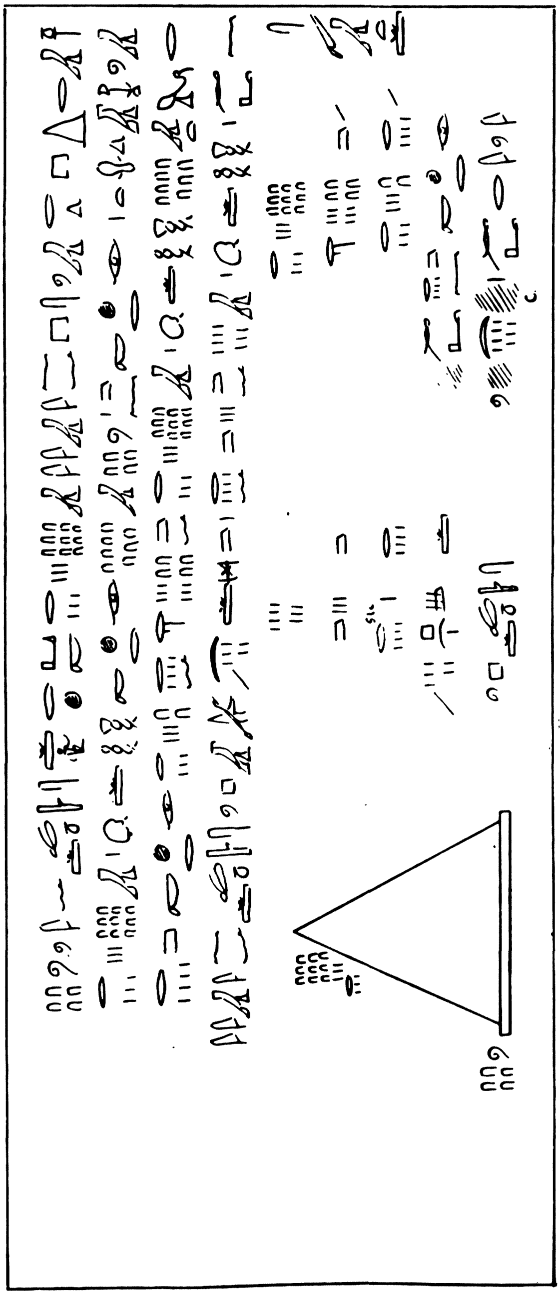
En fait, ARCHIMÈDE ne calcule pas explicitement la valeur 3,1416. Il montre que le rapport de la circonférence au diamètre est compris entre 3,1/7 et 3,10/71. On verra que la meilleure approximation trouvée par les Babyloniens était 3 (nombre entier) ou bien 3,8 !

Le traité d'ARCHIMÈDE intitulé *De l'équilibre des plans ou de leur centre de gravité* porte sur l'équilibre du levier, problème que les Égyptiens avaient maîtrisé depuis 2600 av. J.-C., époque de la construction des pyramides.

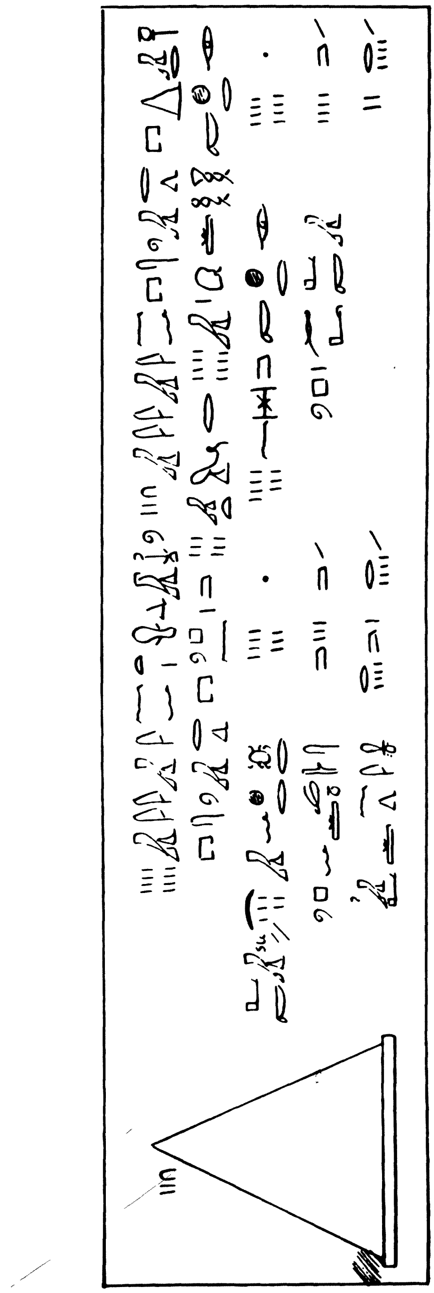
8. Voir p. 323-324.
9. P. VER EECKE : *op. cit.*, tome I, p. XXIX.



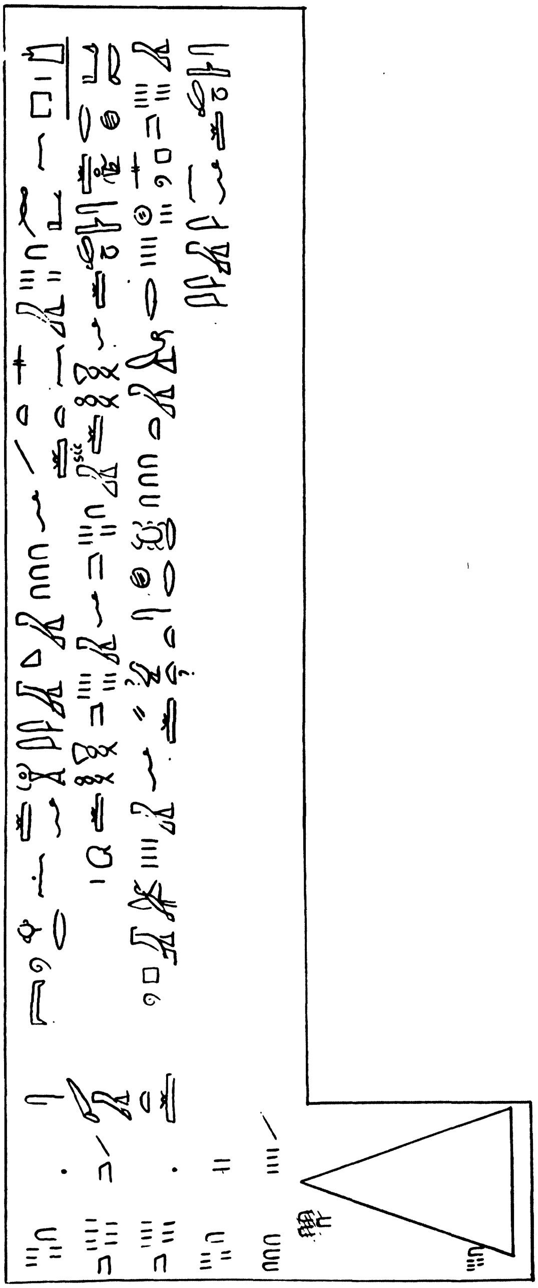
37 Problèmes n^os^ 56 et 57 du *Papyrus Rhind.*



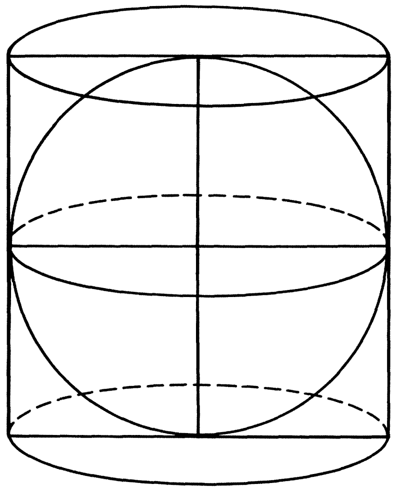
38 Problème n° 58 du *Papyrus Rhind*.
***Les problèmes n^{os} 56 à 60 du Papyrus Rhind* portent sur la trigonométrie, pour la première fois dans l'histoire des mathématiques, et traitent des pentes de pyramide et d'un volume conique.** (T.E. Peet : *The Rhind Mathematical Papyrus,* The University Press of Liverpool, 1923, pl. Q, R.)



39 Problème n° 59 du *Papyrus Rhind*.



40 Problème n° 60 du *Papyrus Rhind.* On peut remarquer le pilier conique *(inw)* en haut et à droite, tout à fait au début de la première ligne.



41 Cylindre exinscrit à une sphère. C'est le seul cas où l'égalité entre la hauteur d'un cylindre et le diamètre du cercle de base, qui est aussi celui de la sphère inscrite, présente un intérêt particulier. Cette figure est celle qu'avait choisie Archimède comme épitaphe, parce qu'elle représentait sa plus belle découverte, disait-il.

En effet, pour élever un monument de 5 millions de tonnes de pierres à 148 m de haut et comprenant des blocs de plusieurs tonnes, il fallait des notions solides de mécanique et surtout de statique; la connaissance de la théorie du levier était indispensable [10] et STRUVE écrit : *« Aussi devons-nous admettre qu'en mécanique, les Égyptiens avaient plus de connaissance que nous ne voulions le croire [11]. »* Il ajoute : *« Les plans des Égyptiens sont aussi exacts que ceux des ingénieurs modernes [12]. »*

Les Égyptiens sont les inventeurs de la balance. En se reportant à la figure **42** représentant une balance 1500 ans av. J.-C., on s'aperçoit que le manipulateur agit sur des curseurs en position initiale symétrique par rapport au support central, ce qui est une manière de fignoler la pesée. C'est une façon astucieuse de jouer *avec maîtrise* sur la longueur de l'un des bras du levier que constitue la balance, et de déplacer le centre de gravité du système [13].

La balance est la première application rigoureusement scientifique de la théorie du levier.

Les trois premières propositions du livre d'ARCHIMÈDE sur l'équilibre des plans considèrent *« un levier, des corps pesants suspendus à chacune de ses extrémités et un point d'appui. Elles établissent dès lors successivement que, lorsque les bras du levier sont égaux, les poids supposés en équilibre sont aussi égaux, et que des poids inégaux s'équilibrent à des distances inégales du point d'appui, le plus grand poids correspondant à la plus petite distance [14] ».*

Le chadouf (1500 av. J.-C.) était déjà une application mécanique, au sens d'ARCHIMÈDE, du levier à bras inégaux (fig. **43**).

De même, ARCHIMÈDE n'"inventera" pas la vis sans fin, le

10. Voir L. CROON : *Lastentransport beim Bau der Pyramiden (Transport de charges lors de la construction des pyramides)*, Diss, Hannover, 1925.

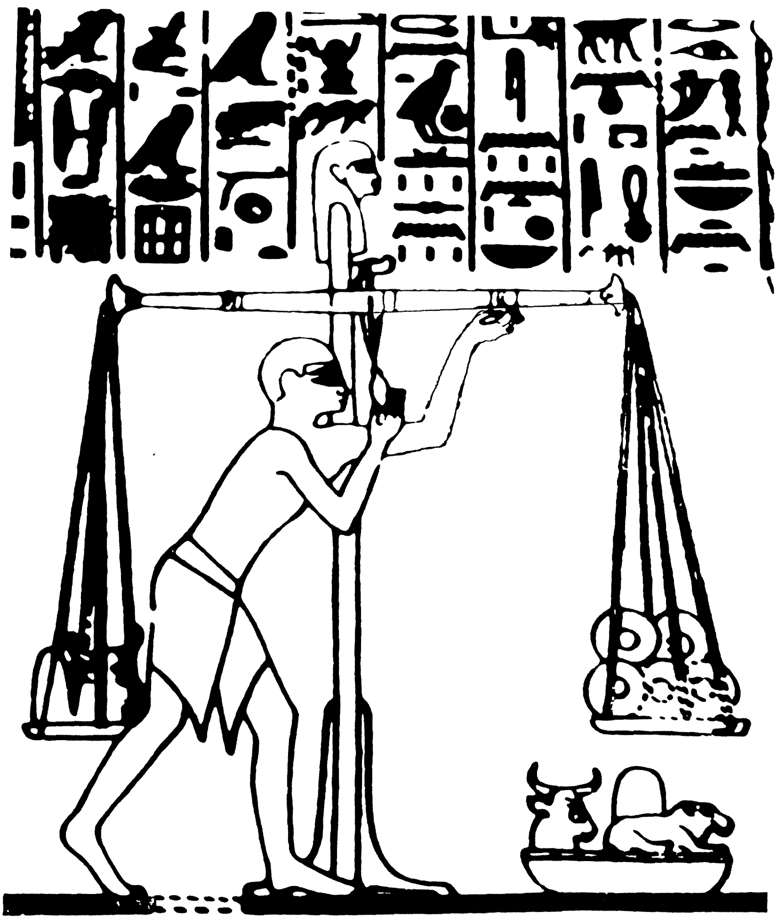
11. « So müssen wir jetzt zugeben, dass die Ägypter in der Mechanik mehr Kenntnisse hatten, als wir es ihnen zutrauen wollten. » (STRUVE : *op. cit.*).

12. « Die ägyptischen Werkzeichnungen erweisen sich ebenso genau wie die der modernen Ingenieure. » (STRUVE : *op. cit.*).

13. Voir : « Die Bewertung eines auf ein Papyrus des Turiner Museums erhaltenen Planes des Felsengrabes von König Ramses IV » par CARTER et GARDINER in *J.E.A.*, IV, p. 130 et suiv.

Voir aussi les recherches de Flinders PETRIE : « Les plans des Égyptiens » in *Anc. Egypt.*, 1926, p. 24-26. L'exactitude des plans architecturaux des anciens Égyptiens avait déjà été soulignée par L. BORCHARDT dans *A.Z.* 34, p. 72.

14. P. VER EECKE : *op. cit.*, p. XXXVIII.



42 Balance égyptienne avec curseurs. Remarquer la symétrie initiale de position des curseurs annulaires que l'opérateur est en train de manipuler pour fignoler la pesée. Ces sous-multiples de poids dont les déplacements revenaient à faire varier le centre de gravité du système montrent que les Égyptiens avaient nécessairement maîtrisé la théorie du levier, ainsi que le confirme la figure 43 représentant un levier au sens le plus général, avec les deux bras inégaux et un contrepoids à une extrémité, pour puiser de l'eau avec le minimum d'effort. Le « point d'appui » d'Archimède était là, déjà 2 000 ans avant sa naissance. (Pesée de lingots d'or, vers 1500 av. J.-C. Tiré de N. de G. Davies : *Rekhmire,* pl. LIV.)

43 Arrosage d'un jardin au moyen du chadouf, à l'époque du Nouvel Empire. Application du levier à bras inégaux : l'instrument qui aurait permis à Archimède de "soulever la terre, s'il avait un point d'appui", était déjà inventé par les Égyptiens mille ans avant sa naissance. (N. de G. Davies : *The Tomb of two Sculptors at Thebes,* pl. 28.)

limaçon, à Syracuse, en Sicile, mais au cours d'un voyage en Égypte où cette vis fut inventée de toute évidence des siècles avant la naissance d'ARCHIMÈDE ainsi que le prouve le témoignage de STRABON.

A propos de l'utilisation de cette vis pour pomper l'eau des mines en Espagne, DIODORE DE SICILE écrit : *« Ce qu'il y a d'étonnant, c'est qu'ils [les mineurs] épuisent entièrement les eaux au moyen des vis égyptiennes qu'*ARCHIMÈDE *de Syracuse inventa pendant son voyage en Égypte*[15]*. »*

Mais P. VER EECKE ajoute : *« Malgré ce témoignage, le doute plane sur l'origine de cet appareil d'exhaure qui remonte peut-être à une antiquité plus haute. En effet,* STRABON *mentionne aussi l'usage du limaçon en Égypte, sans en attribuer l'invention à* ARCHIMÈDE[16]*. »*

Loin de nous l'idée qu'ARCHIMÈDE ou les Grecs en général, qui sont venus trois mille ans après les Égyptiens, ne sont pas allés plus loin qu'eux dans les différents domaines du savoir; nous voulons seulement dire qu'en bons savants, ils auraient dû chaque fois faire la part des choses en indiquant nettement ce qu'ils avaient hérité de leurs maîtres égyptiens et ce qu'ils ont réellement apporté. Or, ils ont, presque tous, failli à cette règle élémentaire d'honnêteté intellectuelle.

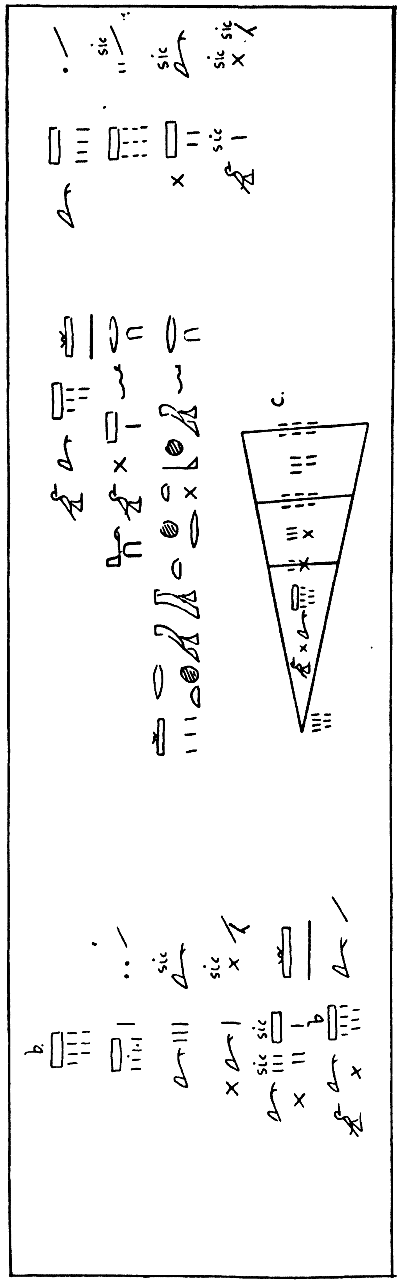
Le problème n° 53 du *Papyrus Rhind* nous montre une figure nettement dérivée du théorème dit "de Thalès", 1 700 ans avant la naissance de THALÈS (voir page 324 et fig. **44**).

Le cas de PYTHAGORE est aussi typique, ainsi qu'on le verra ci-dessous. A propos du théorème qu'on lui attribue improprement, P.H. MICHEL écrit :

« Énoncée ou non par PYTHAGORE *lui-même (...) la relation (...) était d'ailleurs connue depuis longtemps des Égyptiens et des Babyloniens, qui l'avaient vérifiée pour certains cas. Il restait à généraliser la formule et à la démontrer géométriquement, sans recours au nombre. Ce progrès décisif fut accompli, selon toute vraisemblance, conjointement avec la découverte des irrationnels, à l'occasion d'un*

15. DIODORE DE SICILE : vol. II, liv. V, chap. XXXVII, p. 39 (cité par P. VER EECKE).

16. P. VER EECKE : *op. cit.*, p. XIV-XV. STRABON : *Géographie*, trad. par Amédée Tardieu, vol. III, liv. XVII, p. 433 (cité par VER EECKE).



44 **Problème n° 53 du *Papyrus Rhind*. La célèbre figure supposant la connaissance du théorème de Thalès.** (T. E. Peet : *The Rhind Mathematical Papyrus*, pl. P.)

problème ne portant pas de solution numérique, celui de la duplication du carré. On doit démontrer à la fois l'incommensurabilité de la diagonale avec le côté (ou de l'hypoténuse du triangle-rectangle isocèle avec ses cathètes) et le fait que le carré construit sur cette diagonale équivalait au double du carré primitif[17]*.»*

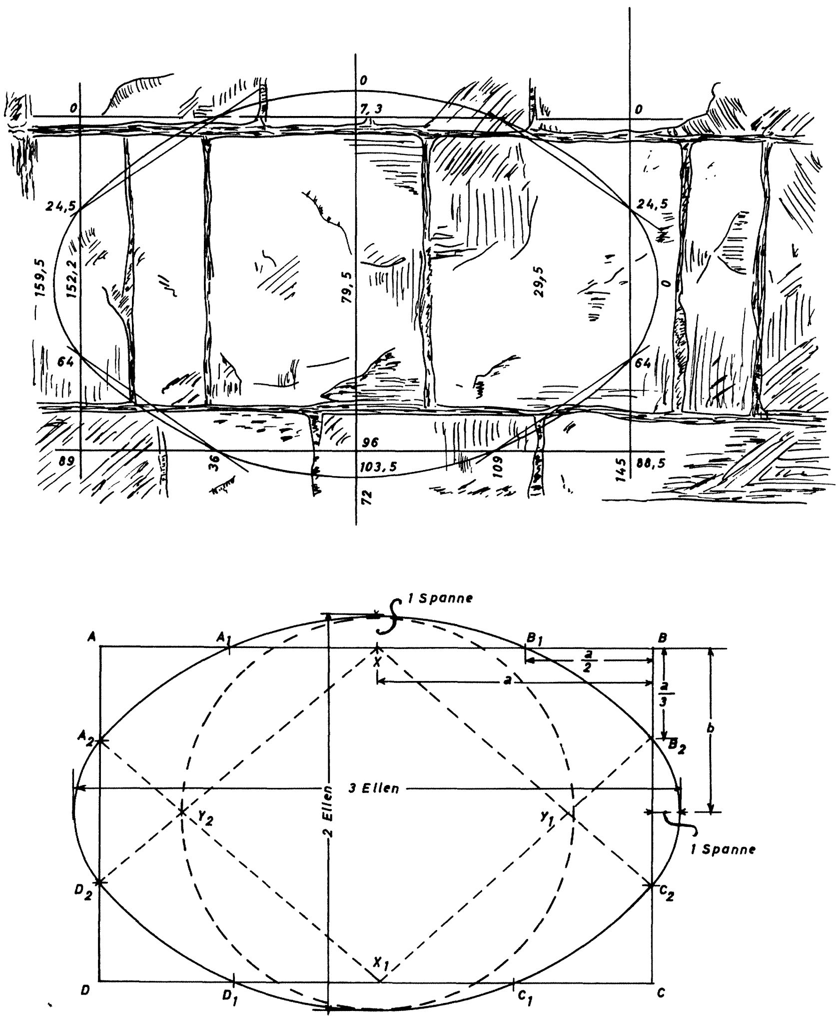
On trouvera ci-dessous (p. 328) que la définition du "double remen" ou de la "double coudée" égyptienne répond exactement à ces deux nécessités. En effet, il s'agit de définir une longueur égale à la diagonale d'un carré de côté *a*, ce qui suppose nécessairement la connaissance du théorème de PYTHAGORE sans données numériques, d'où $d = a\sqrt{2}$. Cette formule étant une définition, montre que les Égyptiens connaissaient nécessairement le nombre irrationnel par excellence $\sqrt{2}$ (en plus de π) et que la finalité de la relation qui porte bien son nom (double coudée) est la duplication du carré; de fait, il suffit de l'élever au carré pour voir qu'elle permet de construire, sur la diagonale, un carré double de celui de côté *a*. GILLINGS a mentionné cette relation sans l'accompagner de ces quelques commentaires qui nous paraissent s'imposer.

La remarque ci-dessous, de STRUVE, montre que beaucoup de questions fondamentales relatives à la science égyptienne ont été escamotées. Il écrit : *«Si l'interprétation de* BORCHARDT *d'un dessin sur l'un des murs du temple de Louqsor (fig.* **45***) est correcte, alors les Égyptiens se sont posés le problème du calcul de la surface d'une ellipse*[18]*.»* **Par conséquent, même APOLLONIOS DE PERGA aurait quelques comptes à rendre à la mathématique égyptienne.**

Mais l'auteur va plus loin. Il ajoute : *«Le Papyrus de Moscou qui nous livre, parmi de nombreuses autres, la preuve qu'une célèbre découverte d'*ARCHIMÈDE *doit être inscrite au compte des Égyptiens, confirme de la plus éclatante manière les dépositions des écrivains grecs sur les connaissances mathématiques des savants égyptiens. Nous n'avons donc plus aucune raison de rejeter les affirmations des*

17. P.H. MICHEL : *La Science antique et médiévale,* P.U.F., 1957, p. 233.

18. «Wenn die Deutung BORCHARDTS einer Zeichnung an einer der Wände des Luqsortempels zu Recht besteht, so hatten sich auch die Ägypter das Problem gestellt, den Inhalt einer Ellipse zu berechnen.» (Voir *A.Z.* 34, p. 75-76; STRUVE : *op. cit,* p. 180, note 1).



45 Reproduction de l'ellipse tracée sur un mur du temple de Louqsor. Ce mur a été construit sous Ramsès III, vers 1200 av. J.-C. (Dessin d'Amadou Faye, IFAN, d'après l'original de L. Borchardt : *Zeitschrift für Aegyptischer Sprache,* tome XXXIV, 1896, fig. VII.)

RECHERCHES ÉGYPTIENNES SUR L'ELLIPSE (CALCUL DE SURFACE ?)

L'ovale elliptique est coupé par un rectangle *ABCD* tel qu'on ait :

$$AB = DC = 2a = 2 + 1/2 + 1/4 \text{ coudées}$$

et

$$AD = BC = 2b = 1 + 2/3 \text{ coudées}$$

et suivant les côtés du rectangle on a :

$$AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = 1/4\,AB = a/2$$

et

$$AA_2 = BB_2 = CC_2 = DD_2 = 1/6\,AB = a/3$$

La figure se présente comme s'il s'agissait de chercher la surface *(S)* de l'ellipse :

$$S = \pi ab = 1 \times 1\,1/2 \times \pi = 4{,}71 \text{ (valeur exacte)}$$

En prenant non pas les demi-axes, mais les diamètres entiers, qui sont respectivement 2 et 3, la formule suivante donne :

$$S = \left(2 - \frac{2}{7}\right) \times \left(3 - \frac{2}{7}\right) = 4{,}65$$

et l'erreur de l'architecte égyptien serait de 6/471 ou 1/78. Néanmoins, pour Borchardt, un certain doute subsiste quant au problème que le technicien égyptien a voulu résoudre. Mais nul doute qu'il porte sur une propriété de l'ellipse.

écrivains grecs selon lesquelles les Égyptiens étaient les maîtres des Grecs en géométrie[19]*.»*

Pour mieux souligner le caractère théorique déjà très avancé de la science égyptienne en général, STRUVE insiste sur le fait que dans le *Papyrus médical Adwin Smith,* le mot cerveau est mentionné et que ce terme était inconnu dans toutes les autres langues [scientifiques] de l'Orient de l'époque et que l'auteur égyptien de ce papyrus connaissait déjà la dépendance du corps au cerveau.

«Ainsi, est-ce encore une grande découverte attribuée à DÉMOCRITE *qu'il va falloir reculer de 1 400 ans avant son présumé inventeur. Ces faits nouveaux par lesquels le Papyrus Adwin Smith et le Papyrus de Moscou enrichissent notre savoir, nous forcent à une révision radicale de notre jugement de valeur tenace jusqu'à présent, sur les connaissances égyptiennes. Un problème comme celui de la recherche des fonctions du cerveau ou bien celui [de la détermination] de la surface d'une sphère n'appartiennent plus au cercle des questions par lesquelles une connaissance empirique s'édifie, à l'intérieur d'une culture primitive. Ce sont déjà de purs problèmes théoriques, qui de ce fait prouvent que le peuple égyptien de même que le peuple grec se sont efforcés d'acquérir une pure vision intellectuelle de l'univers*[20]*.»*

«Ce fait de l'exactitude de la géométrie égyptienne, qui fait qu'aucune nouvelle découverte ne la fera remettre en cause, était aussi sans doute la raison pour laquelle, d'après la tradition grecque, la

19. «Der M.P. der uns unter vielem anderen interessanten auch das Zeugnis liefert, dass eine berühmte Entdeckung des Archimedes den Ägyptern zugeschrieben werden muss, bestätigt auf die glänzendste Weise die Angaben der grieschen Schriftsteller von der mathematischen Kenntnis der ägyptischen Gelehrten. Wir haben also keinen Grund mehr die Behauptung der grieschen Schriftsteller, dass die Ägypter die Lehrmeister von Hellas in der Geometrie waren, abzulehnen.» (STRUVE : *op. cit.,* p. 183-184).

20. «Da wird aber eine der grössten Entdeckungen des DEMOKRIT uns etwa 1 400 Jahre zurückdatiert. Diese neuen Tatsachen, durch welche der Pap. Adwin Smith und der M.P. unser Wissen bereichern, zwingen uns zu einer radikalen Revision des bis jetzt bestehenden Werturteils über die ägyptische Wissenschaft. Probleme, wie die Untersuchung der Funktionen des Gehirns oder der Oberfläche einer Kugel gehören nicht mehr in den Kreis der Fragen hinein, die sich die praktische Wissenschaft einer primitiven Kultur stellt. Da sind schon rein theoretische Probleme die davon zeugen, dass auch das ägyptische Volk, ebenso wie das griechische, um eine rein wissenschaftliche Weltanschauung gerungen hat.» (STRUVE : *op. cit.,* p. 185-186).

géométrie est venue en Hellade non de la Babylonie, mais d'Égypte[21]*.»*

«De ce fait nous avons pleinement le droit de supposer que dans les écoles égyptiennes [Maisons de Vie où l'on recopiait les papyrus] s'étaient accumulées, au cours des millénaires, des connaissances mathématiques très étendues, mais qui avec les grands temples et les bibliothèques royales sont, pour la plus grande partie, perdues pour toujours[22]*.»*

Tels sont les faits. Nous allons voir maintenant comment un idéologue comme Éric PEET va essayer vainement de les contester.

SURFACE DE LA SPHÈRE

$$S = 4\pi R^2$$

T. Éric PEET a déployé un effort surhumain et particulièrement fantaisiste pour contester l'idée que le problème n° 10 du *Papyrus de Moscou,* étudié par STRUVE, traite de la surface courbe d'une demi-sphère. Il a cru l'avoir démontré, à partir de considérations philologiques et de modifications arbitraires du texte.

Il a voulu prouver que le problème traite en réalité de la surface d'un demi-cercle, ou de celle d'un demi-cylindre. De ce fait, il n'a pas hésité, avec une mauvaise foi évidente, à proposer des modifications arbitraires du texte même du problème, en s'appuyant sur de fragiles considérations philologiques, ainsi qu'on va le voir.

Le texte du *Papyrus de Moscou,* et donc des problèmes 10 (surface de la sphère) et 14 (volume d'une pyramide tronquée) est écrit en hiératique, forme d'écriture cursive (2000 ans av. J.-C.). STRUVE le transcrit en signes hiéroglyphiques (fig. **34** à **36**).

Il existe une convention formelle dans l'écriture égyptienne : tout

21. «Diese Tatsache der Genauigkeit der ägyptischen Geometrie die sich durch keine neuen Funde wegdisputieren lassen wird, war auch zweifellos der Grund, dass nach griechischer Tradition, die Geometrie nicht aus Babylonien, sondern aus Ägypten nach Hellas kam.» (STRUVE : *op. cit.,* p. 183).

22. «Wir haben deshalb das volle Recht anzunehmen, dass in den ägyptischen Schreiberschulen sich im Laufe der Jahrtausende weitere umfangreiche mathematische Kenntnisse aufgespeichert haben, die aber zusammen mit den grossen Tempel und Königsbibliotheken zum grössten Teil für immer verloren sind.» (STRUVE : *op. cit.,* p. 181).

signe suivi d'une barre verticale représente rigoureusement l'objet figuré, aucune interprétation n'est permise ; ainsi 𓎟𓏏𓏤 = *nbt* = calebasse = demi-sphère. Aucune règle de la langue ne permet de traduire autrement. STRUVE a insisté sur cette loi fondamentale de l'écriture hiéroglyphique dans les termes suivants :

« Le mot est écrit avec l'hiéroglyphe nbt, [*accompagné*] *du* t *du genre féminin et d'une barre verticale. Cette barre verticale indique que l'hiéroglyphe qu'elle suit désigne au sens propre la chose qu'il représente. Comme l'hiéroglyphe* nbt *représente un panier en forme de demi-sphère, le mot* nbt *signifie donc ici, dans l'exercice n⁰ 10, un panier*[23]*. »*

Alors que toute critique de bonne foi devrait commencer par lever cette difficulté fondamentale, PEET, tout au long de son développement, ferme résolument les yeux sur cette remarque qui lui interdit, au risque d'apparaître comme un idéologue fantaisiste, de confondre demi-sphère et demi-cylindre. Il écrit : *« To this it may be replied that* STRUVE *has produced strong etymological evidence to show that the* nbt *is in effect a hemisphere (...).* STRUVE, *who translates it as hemisphere, finds confirmation of this in line 6, where he thinks that the* nbt *was stated to be half an* inr *(= egg), which he holds to be the technical term for a sphere*[24]*. »*

Traduction : *« A ceci on peut rétorquer que* STRUVE *a produit de puissantes évidences étymologiques pour montrer que* nbt *est en effet une hémisphère (...).* STRUVE, *qui le traduit par hémisphère, trouve une confirmation de cela à la ligne 6 du texte du problème, où il croit que* nbt *est considéré comme étant la moitié d'un œuf* (inr), *qu'il considère comme le terme technique pour désigner la sphère. »*

La mauvaise foi est évidente ; ne pouvant pas critiquer le premier argument de STRUVE cité ci-dessus (à savoir : *nbt* suivi d'une barre doit être pris au sens propre), PEET le passe complètement sous silence, pour le lecteur non prévenu qui ne se reporte pas à l'analyse de STRUVE ; il saute sur le deuxième argument de celui-ci, qu'il croit

23. « Das Wort wird mit der Hieroglyphe *nbt*, dem *t* des weiblichen Geschlechts und einem vertikalen Strich geschrieben. Dieser vertikale Strich zeigt an, dass die Hieroglyphe, der sie folgt, tatsächlich das Ding, das sie darstellt, bezeichnet. Da die Hieroglyphe *nb* einen halbkugelförmigen Korb darstellt, so wird das Wort *nb.t* hier in der Aufgabe 10 auch einen Korb entsprechen. » (STRUVE : *op. cit.*, p. 158).

24. T. Eric PEET : « A Problem in Egyptian Geometry », in *J.E.A.*, t. 17, 1931, p. 100-106.

plus faible et plus facile à critiquer, et cherche à le faire passer comme l'argument principal.

Pourquoi se contente-t-il de dire que STRUVE a fourni des «évidences étymologiques puissantes»? Lesquelles? Il se garde bien de citer la plus importante qui, à elle seule, constitue un argument-massue, interdisant de se fonder sur une quelconque obscurité secondaire du texte, ou sur le laconisme mathématique classique de celui-ci pour mettre en doute la vraie signification de *nbt* = panier = calebasse = demi-sphère. On dirait qu'il y a une complaisance implicite de la part de certains savants qui prennent en considération les critiques de PEET, car aucun d'entre eux, NEUGEBAUER en particulier, ne relève cette grave omission de PEET; celui-ci, en faisant débuter sa critique à partir du deuxième argument de STRUVE, fait donc un aveu implicite de taille : à la ligne 6 du texte du problème 10, il est dit : « *car le* nbt, *c'est-à-dire la calebasse, est la moitié d'un œuf.* » Mais la lecture de ce dernier mot, *inr,* du texte en hiératique du papyrus est difficile, au premier abord, car le papyrus est très abîmé à cet endroit. Néanmoins, la première lettre *i* du mot est très nette, de même le début du *n* et du *r* en hiératique, ainsi que le déterminatif du mot : un "œuf" dessiné entièrement en position oblique. STRUVE renforce son argumentation en montrant que ce n'est pas le seul cas où le scribe égyptien compare dans un problème un *nbt* (une demi-sphère) avec la moitié d'un œuf. Il cite même à cet effet un texte grec de l'époque ptolémaïque puisqu'aussi bien, comme il dira en guise de conclusion de son étude, la géométrie grecque dérive non de la "géométrie" babylonienne mais de celle de l'Égypte, comme en font foi les exercices 10 (surface de la sphère) et 14 (volume du tronc de pyramide) rédigés 2 000 ans avant la naissance de la mathématique grecque[25].

De même, l'auteur explique l'emploi du *m* à la place du génitif *n,* dans la phrase égyptienne, pour indiquer la seule dimension nécessaire à connaître dans le cas de l'exercice 10[26].

Or, c'est sur ces deux faits (terme "œuf" discutable et *m* à la place de *n* du génitif) que PEET essaie de jouer. Donc, pour lui, le pro-

25. STRUVE : *op. cit.,* p. 166.
26. *Ibidem,* p. 159.
a) Voir *Rh 58 i,* où l'on a *mr pr-m-ws n-f imi m* 93 1/3 = une pyramide dont la hauteur est 93 1/3.
b) *st 3W (...) m* h*j m*h 60 = une rampe de hauteur 60.

blème n° 10 traite, non de la surface d'une demi-sphère, mais de celle d'un demi-cylindre : il veut démontrer que le terme manquant dans la partie abîmée du papyrus est *ipt* et non *inr*. La première objection pertinente que ses exégètes ou critiques s'abstiennent de lui faire est la suivante : Si comme il le prétend, le scribe veut parler d'un cylindre *(ipt)* et non d'une sphère *(nbt)*, pourquoi a-t-il employé trois fois le terme *nbt* avec la barre verticale et pas une seule fois le terme *ipt*, dans la partie intacte du papyrus ? Il faut refuser de voir la réalité, comme l'a fait PEET, pour ne pas voir un œuf dans le déterminatif du mot dont la lecture est discutée ; et cette certitude, tirée de l'évidence du déterminatif, confirme bien l'idée que les deux signes qui subsistent partiellement après le *i*, sont bien *n* et *r* et non *p* et *t* en hiératique, signes avec lesquels ils ne présentent aucune ressemblance. Si au lieu d'un œuf comme déterminatif, le scribe a voulu représenter un tonneau avec le jet de grain habituel pour écrire le mot *ipt*, où est passé ce jet ? Et d'autre part, quelle différence avec les formes habituelles ! Mais voici un autre argument de poids que l'on ne met pas en valeur : Si le problème traite de la surface d'une sphère, le scribe n'a besoin de fournir qu'une donnée, le diamètre de la sphère, et c'est bien ce qu'il fait. S'il s'agissait d'un cylindre, deux données seraient nécessaires : le diamètre ou le rayon et la hauteur du cylindre ; évidemment, cette dernière donnée fait défaut pour toutes les raisons données ci-dessus. Mais PEET ne recule pas devant cette difficulté ; il va inventer la donnée qui manque, en ajoutant une phrase de son cru au texte du scribe ; mais même dans ce cas, les choses ne peuvent pas "coller", comme on dit, car il faudrait que par miracle la hauteur du cylindre et le diamètre soient égaux. PEET postule arbitrairement cette égalité du diamètre et de la hauteur du cylindre de son invention, qu'il substitue à la demi-sphère du scribe. Il est si peu sûr de ses modifications arbitraires du texte du problème, qu'il ajoute qu'au fond il pourrait s'agir aussi d'un demi-cercle (quel exercice banal, alors), mais plus certainement d'un demi-cylindre. Tout cela parce qu'il estime que s'il s'agissait réellement d'une demi-sphère, l'idée qu'on aimait se faire de la mathématique égyptienne changerait complètement : *«... and in this case we should have, as* STRUVE *sees, to put Egyptian mathematics on a very much higher level than previously seemed necessary*[27]. *(...) It would*

27. T.E. PEET : *op. cit.*, p. 100.

be very flattering to the Egyptians, and very important for the history of mathematics, if we could place this brillant piece of work to their credit[28]*.»*

Traduction : *«... et dans ce cas, nous devrions, comme le voit* STRUVE, *placer les mathématiques égyptiennes à un niveau bien plus élevé que celui qui primitivement semblait nécessaire. (...) Il serait très flatteur pour les Égyptiens, et très important pour l'histoire des mathématiques, si nous pouvions mettre cette brillante réalisation à leur crédit.»*

PEET laisse libre cours à son imagination pour nous expliquer comment, selon lui, le scribe copiste — des agents spéciaux de l'État étaient chargés de recopier ces papyrus dans les "maisons de vie" — a dû se tromper : *«When the copyist, after writing* nbt *in line 2, brought his eye back to the original, he may have skipped from the* , (nt) *which followed it, which he had already vaguely sighted, to the exactly similar* (m) *a few millimeters further on, and so omitted both* nt *and the numeral*[29]*.»* Soit : *«Quand le copiste, après avoir écrit* nbt *dans la ligne 2, ramena son regard sur l'original, il a pu sauter du* nt *qui le suivait et qu'il a déjà vu vaguement, au* m, *exactement similaire, quelques millimètres plus loin, et ainsi aurait omis d'écrire à la fois* nt *et le chiffre»*, c'est-à-dire la deuxième donnée numérique manquante !

PEET prétend que le mot *inr* (pierre) n'est qu'une métaphore quand il désigne l'œuf et ne serait pas intelligible sans la proximité dans la phrase du mot *swht* = œuf. Il affirme que *inr* employé tout seul, sans association avec *swht* ne peut désigner un œuf, et croit que le scribe utiliserait plutôt ce dernier mot comme terme technique pour désigner la sphère. Il conteste la transcription du mot *inr,* en signes hiéroglyphiques par STRUVE, car dit-il, l'ordre des déterminatifs devrait être inversé, le plus général suivant le plus spécifique : dans le sens de l'écriture, on devrait rencontrer l'œuf d'abord, puis la pierre : et non . PEET veut dire que dans le cas qu'il suppose correct, le déterminatif de l'œuf précédant celui de la pierre serait invisible car il se trouverait dans la partie abîmée du papyrus et de ce fait l'ovale oblique que l'on voit sur le papyrus en hiératique ne saurait représenter un œuf, mais un tonneau oblique

28. *Ibidem*, p. 100-101.
29. *Ibidem*, p. 102.

comme dans le mot : . Il apparaît que PEET, dans le cas du problème 10 du *Papyrus de Moscou,* a décidé de prendre systématiquement le contrepied de l'analyse de STRUVE, coûte que coûte : l'idéologie le conduit ainsi à tomber dans le ridicule et l'extravagant.

En effet, tout ce qui précède est littéralement faux, ainsi qu'on va le voir. Les termes attestés infirment le point de vue de PEET; exemple :

 = *inrty* = les deux œufs d'où sortit, d'où naquit le dieu Thot *(Livre des Morts)*

Ce terme présente deux variantes :

 et  (textes des pyramides[30])

La forme grammaticale commune à ces trois termes est le duel égyptien. Le premier, en dépit de la règle énoncée par PEET dans l'ordre des déterminatifs, reproduit l'ordre inverse, conformément à la restauration de STRUVE; la pierre d'abord et les deux œufs ensuite, ceux-ci ayant exactement la forme et la même position inclinée que le déterminatif, épargné dans le texte du problème n° 10. On voit donc que ce déterminatif, par sa forme ellipsoïdale et son inclinaison, ne saurait être confondu avec le déterminatif du mot *ipt.* D'autre part, ce dernier mot n'est pas le terme technique de "cylindre" en égyptien ; il désigne une mesure, une quantité de graine et non une forme, un être géométrique. "Cylindre" se dit *šꜣʿ dbn* en égyptien.

Dans les deux autres variantes, dont l'une est attestée dans les textes des pyramides, le déterminatif constitué par le bloc parallélépipédique de pierre ou de granit est régulièrement omis, contrairement à l'opinion de PEET, et seul subsiste celui représenté par les deux œufs, renforcé même dans un cas par un oiseau.

Donc il est faux de soutenir que *inr* ne peut signifier "œuf" qu'associé avec *swht* et qu'il n'a qu'une valeur métaphorique.

PEET s'étonne de la présence d'un neuf (9) inexpliqué à la ligne 5 du texte du problème ; STRUVE avait noté que le scribe a multiplié le diamètre $4\frac{1}{2}$ par 2 pour simplifier le résultat suivant des lignes 5 et 6, à savoir prendre 1/9 de 9 = 1, pour faire 9 − 1 = 8 (ligne 7).

30. *Wörterbuch der ägyptischen Sprache,* Erster Band, Akademie Verlag, Berlin, 1971, p. 98.

De la même façon, aux lignes 8 et 9, il a trouvé que 1/9 de 8 = 2/3 + 1/6 + 1/18 sans faire les opérations (GILLINGS, p. 198).

Il ressort de ce qui précède que si PEET n'a pas su dissimuler ses intentions, ses critiques, loin d'affaiblir l'analyse de STRUVE du *Papyrus de Moscou,* n'ont fait que confirmer singulièrement celle-ci, par leur parti-pris évident, leur incohérence, leur gratuité et leur fausseté tout court.

Des auteurs plus sereins et plus avertis, comme Richard J. GILLINGS, le savent et c'est pour cela qu'ils ne mettent pas en doute le fait que le problème n° 10 du *Papyrus de Moscou* traite bien de la surface d'une demi-sphère, et partant, d'une sphère. En effet, GILLINGS montre que de toute façon, le mal est identique, car même s'il s'agissait de la surface d'un demi-cylindre, il faudrait admettre que les Égyptiens connaissaient avec 1 400 ans d'avance sur le Grec DINOSTRATUS, la formule $C = \pi d$ donnant la longueur de la circonférence.

Dans le cas de la sphère, c'est une avance de 2 000 ans sur ARCHIMÈDE.

Bien sûr, dans ces exercices pratiques où il s'agissait d'appliquer des formules connues et établies par des moyens qui ne pouvaient être que théoriques, le scribe ne refaisait pas une démonstration de la formule qu'il appliquait. Aussi les savants modernes se perdent-ils en conjectures pour retrouver les méthodes égyptiennes. Tous les savants qui se sont évertués à démontrer que les Égyptiens utilisaient des recettes empiriques au lieu de démonstrations mathématiques rigoureuses, ont abouti à des résultats d'une niaiserie proverbiale. Même un savant comme GILLINGS, dont il faut saluer l'honnêteté, la sérénité et la haute compétence, a failli tomber dans cette difficulté.

En effet, après avoir rejeté l'idée d'un demi-cylindre de PEET, il suppose que les Égyptiens ont pu établir la formule rigoureuse de la surface d'une demi-sphère $S = 2\pi R^2$ en considérant que la quantité d'écorce utilisée pour tresser un panier est le double de celle nécessaire pour le couvercle, qui est un cercle dont ils savaient calculer la surface[31]. S'il en était ainsi, tous les artisans vanniers analphabètes

31. Richard J. GILLINGS : *Mathematics in the time of the Pharaohs,* The M.I.T. Press, London, 1972, p. 201.

du monde deviendraient mathématiciens à force d'observations quotidiennes. Non, des formules comme celle de la surface d'une sphère ne peuvent découler que de hautes spéculations mathématiques. Tous ceux qui sont tant soit peu familiarisés avec les mathématiques savent qu'il est absurde de vouloir la tirer de considérations empiriques.

C'est le lieu de rappeler que s'il en était ainsi, les Grecs contemporains des Égyptiens seraient les premiers à nous signaler le fait.

Si les Égyptiens n'étaient que de vulgaires empiristes qui n'établissaient les propriétés des figures que par arpentage et mensurations, si les Grecs étaient les fondateurs de la démonstration mathématique rigoureuse, à partir de THALÈS, par la systématisation des "recettes empiriques" des Égyptiens, ils n'auraient pas manqué de se vanter d'un pareil exploit. Il eût été important de trouver sous la plume d'un biographe antique que la démonstration mathématique, théorique, rigoureuse est d'origine grecque et que les Égyptiens n'ont été que des empiristes. Il n'en est rien ; toutes les dépositions, unanimes, sous la plume de leurs plus grands savants, philosophes et écrivains, glorifient les sciences théoriques des Égyptiens ; fait d'autant plus important qu'il s'agit de témoignages de savants grecs contemporains des anciens Égyptiens. On pouvait s'attendre à ce que les Grecs, qui venaient de succéder aux Perses, sur le trône d'Égypte, par orgueil national, cherchent à travestir les faits sur le point capital de l'origine de la science théorique et en particulier des mathématiques : l'idée ne pouvait leur venir, car leur émergence était trop récente et la réputation de la science égyptienne trop ancienne ! Aussi l'Égypte, même vaincue, demeurait la patrie vénérable des sciences qu'elle avait gardées secrètes pendant des millénaires. Maintenant, le barbare a forcé la porte de ses sanctuaires, elle est vaincue et va devenir l'institutrice forcée des jeunes nations, des Grecs en particulier : « le miracle grec » va commencer, comme une conséquence de l'occupation de l'Égypte par l'étranger, grec en particulier, et partant de l'accès forcé aux trésors scientifiques de l'Égypte, du pillage des bibliothèques des temples et de la soumission des prêtres. On doit souligner avec force que les Grecs ne disaient jamais qu'ils ont été les élèves des Babyloniens ou des Chaldéens[32] ; leurs savants les plus réputés se vanteront toujours

32. D'après DIODORE, les premiers astronomes chaldéens n'étaient qu'une colonie de prêtres égyptiens installés sur le Haut-Euphrate.

d'avoir été les élèves des Égyptiens, ainsi que cela ressort des écrits de leurs biographes : THALÈS, le père semi-légendaire de la mathématique grecque, PYTHAGORE DE SAMOS, EUDOXE, etc.

Le théorème qu'on attribue à THALÈS est illustré par la figure du problème n° 53 du *Papyrus Rhind,* rédigé 1 300 ans avant la naissance de THALÈS. On remarquera que le texte correspondant à la figure 53 a été perdu et que celui qui est à côté traite d'un autre problème qui n'a rien, ou presque, à voir avec cette figure représentant trois triangles semblables avec le même sommet et leurs bases parallèles. L'anecdote qui veut que THALÈS ait découvert "son" théorème en faisant coïncider l'extrémité de l'ombre portée d'un bâton, planté verticalement, avec l'extrémité de l'ombre portée de la Grande pyramide, pour matérialiser une figure identique à celle du problème n° 53, prouverait donc tout simplement que THALÈS a effectivement séjourné en Égypte, qu'il a bien été l'élève des prêtres égyptiens et qu'il ne saurait être l'inventeur du théorème qu'on lui attribue.

HÉRODOTE traite PYTHAGORE de simple plagiaire des Égyptiens ; JAMBLIQUE, biographe de PYTHAGORE, écrit que tous les théorèmes des lignes (géométrie) viennent d'Égypte.

D'après PROCLUS, THALÈS fut le premier élève grec des Égyptiens et introduisit la science en Grèce à son retour, en particulier la géométrie. Après avoir enseigné tout son savoir à son élève PYTHAGORE, il lui conseilla d'aller en Égypte, où celui-ci resta 22 ans dans les temples, pour apprendre la géométrie, l'astronomie, etc. (cf. JAMBLIQUE, *Vie de Pythagore*).

Un prêtre égyptien dit à DIODORE[33] DE SICILE que toutes les prétendues découvertes qui font la réputation des savants grecs sont des choses qui leur ont été enseignées en Égypte et dont ils s'attribuent la paternité, une fois rentrés chez eux.

PLATON, dans le *Phèdre,* fait dire à SOCRATE qu'il a appris que le dieu Thot était l'inventeur de l'arithmétique, du calcul, de la géométrie et de l'astronomie (*Phèdre,* 274 C).

ARISTOTE, qui a largement profité du pillage des bibliothèques des temples égyptiens, reconnaît le caractère essentiellement théorique et spéculatif de la science égyptienne et essaie d'expliquer l'émergence de celle-ci non par l'arpentage, mais par le fait que les prêtres égyp-

33. Livre I, 69, 81.

tiens étaient dégagés des préoccupations matérielles et avaient tout le temps nécessaire pour approfondir la réflexion théorique[34]. Selon HÉRODOTE, les Égyptiens sont les inventeurs exclusifs de la géométrie, qu'ils ont enseignée aux Grecs[35]. DÉMOCRITE se vanta d'égaler les Égyptiens en géométrie[36].

Donc on ne trouve trace nulle part, dans les textes antiques, d'une prétendue dualité d'une science théorique grecque, par opposition à un empirisme égyptien : l'Égypte, même vaincue militairement, reste la maîtresse incontestée dans tous les domaines scientifiques, en mathématiques en particulier. L'idée d'une science égyptienne empirique est une invention des idéologues modernes, ceux-là mêmes qui cherchent à effacer, dans la mémoire de l'humanité, l'influence de l'Égypte nègre sur la Grèce.

Ceci nous amène au deuxième théorème fondamental appliqué par le scribe égyptien dans le problème n° 14 du *Papyrus de Moscou* (*fig.* **36**). La solution donnée par le scribe montre que les Égyptiens connaissaient le théorème relatif au volume d'un tronc de pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \mathrm{h} (a^2 + ab + b^2),$$

formule qui, selon PEET et GRÜN cités par GILLINGS (p. 189) n'a pas été dépassée ou améliorée depuis 4 000 ans. En réalité, PEET a essayé, timidement d'abord, de contester cette formule aussi et puis s'est ravisé. Il a commencé par écrire que la formule est exacte sous réserve que h représente bien la hauteur du tronc de pyramide et non le côté (!), puis il conclut que les prêtres, qui étaient arrivés étonnamment à établir correctement l'expression analytique $(a^2 + ab + b^2)$, ne pouvaient pas confondre hauteur et côté et que par conséquent le terme *mryt* désigne bien une hauteur dans le cas de ce problème ; donc il faut mettre cette performance à l'actif de la mathématique égyptienne[37].

C'est la certitude de la formule du volume du tronc de pyramide

34. ARISTOTE : *Métaphysique*, A 1, 981 b, 23.

35. HÉRODOTE : Livre II, 109.

36. CLÉMENT D'ALEXANDRIE : *Stromata*, Éd. Poller, I, 357.

37. T.E. PEET : *The Rhind Mathematical Papyrus*, The University Press of Liverpool, 1923.

qui prouve aujourd'hui que les Egyptiens connaissaient aussi la formule du volume de la pyramide :

$$V = \frac{1}{3} a^2 h ;$$

or il s'agit du volume élémentaire le plus courant en Égypte ; et n'eût été l'accident du *Papyrus de Moscou,* on eût douté du fait que les Égyptiens eussent connu cette formule.

Une fois de plus, les procédés empiriques qu'on essaie de leur attribuer, pour arriver au théorème du volume du tronc de pyramide, sont aussi niais que les précédents relatifs à la surface de la sphère : remplir des volumes creux de sable et comparer les poids de sable par pesée, etc. Répétons que les théorèmes relatifs à la surface de la sphère, au volume du tronc de pyramide, à la surface du cercle ne sauraient être établis par des recettes ; car singulières recettes empiriques que celles que les savants mathématiciens du monde entier cherchent à retrouver depuis un siècle sans y parvenir ! Les recettes des Égyptiens seraient donc plus difficiles à mettre en évidence que les fondements théoriques même des théorèmes concernés : suprême consécration du génie égyptien ; pour une fois, l'empirisme surclasserait la théorie ! Voilà l'impasse où mène la négation des faits.

Une formule déduite de considérations empiriques n'est jamais exacte, même exceptionnellement ; et cela, tous les mathématiciens le savent. Or, toutes les formules des Égyptiens sont rigoureusement exactes.

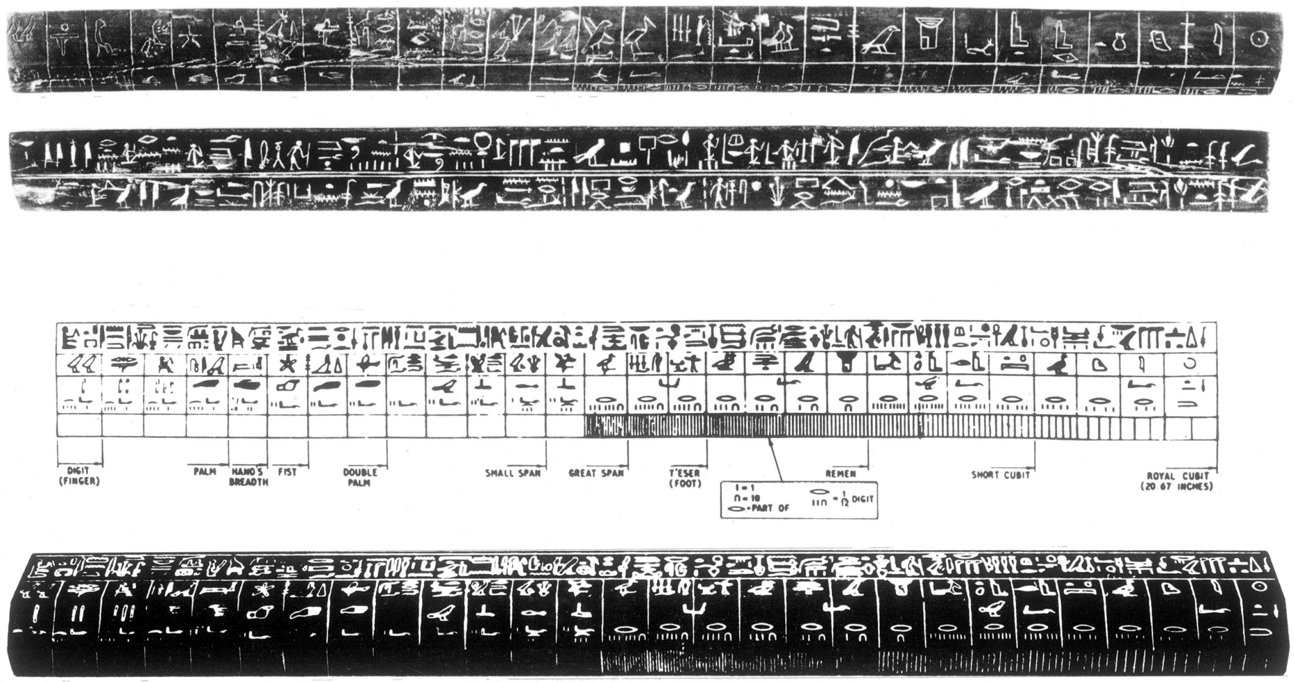
La mathématique babylonienne nous offre l'exemple d'une formule établie empiriquement et relative au même volume du tronc de pyramide ; elle aboutit à :

$$V = \frac{1}{2} h (a^2 + b^2)$$

formule moins qu'approchée : disons, manifestement fausse !

RACINE CARRÉE, THÉORÈME DIT "DE PYTHAGORE" ET NOMBRES IRRATIONNELS

Nous savons que les Égyptiens savaient extraire rigoureusement la racine carrée, même des nombres les plus compliqués, entiers ou



46 En haut : Coudée royale de May, graduée en sous-unités fractionnaires de mesure, datant du Nouvel Empire. Vues de la face supérieure et du dessous, longueur 52,5 cm. L'original est au Musée du Louvre, à Paris. (Photo : Musée du Louvre).
En bas : Dessin et vue d'une autre coudée royale égyptienne, probablement celle d'Aménophis 1^er^, datant du XVI^e^ siècle avant J.-C. (Musée de Turin, d'après R.J. Gillings et M.J. Puttock.)

fractionnaires[38]. Le terme qui servait à désigner la racine carrée dans la langue pharaonique est significatif à cet égard : l'angle droit d'un carré, *knbt;* "faire l'angle" = extraire la racine carrée. Or, les Égyptiens ont défini une unité fondamentale de longueur appelée "double remen", qui est égale à la diagonale d'un carré de côté petit a = une coudée (royale) ; autrement dit, si d est cette diagonale, on a nécessairement, par définition même de cette longueur, "double remen",

$$d = a\sqrt{2} = (\sqrt{2} \times 20{,}6) = 29.1325 \text{ inches}^{39}.$$

La coudée royale = 20.6 inches (fig. **46**)

$$\text{Le remen} = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a = 14.6 \text{ inches}$$

Les Égyptiens, qui déterminaient ainsi la diagonale du carré à partir de la valeur du côté et qui maîtrisaient l'opération d'extraction de la racine carrée, connaissaient, comme le prouve la définition ci-dessus :

a) le nombre irrationnel par excellence qu'est $\sqrt{2}$, de même qu'ils connaissaient le nombre transcendant π (irrationnel aussi).

b) le théorème du carré de la diagonale (faussement attribué à PYTHAGORE) au moins dans le cas d'un triangle rectangle isocèle, pour nous en tenir aux faits indéniables. Les Égyptiens, qui savaient calculer la surface d'un triangle, ont certainement écrit l'égalité suivante, suivie d'une extraction de racine carrée :

$$S = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{4}d^2 \rightarrow a^2 = \frac{1}{2}d^2 \rightarrow 2a^2 = d^2$$

d'où : $a\sqrt{2} = d =$ un double remen.

Il est certain qu'en rapprochant ces faits des propriétés du triangle sacré (triangle rectangle) portant toujours sur le carré de l'hypoténuse, on s'aperçoit que les Égyptiens connaissaient parfaitement le théorème attribué à PYTHAGORE, comme d'autres l'ont affirmé.

Cette définition du "double remen" à elle seule, et ses implications mathématiques, montrent clairement que PYTHAGORE n'a été ni

38. *Papyrus de Berlin.*
39. R.J. GILLINGS : *op. cit.,* p. 208.

l'inventeur des nombres irrationnels (incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré), ni celui du théorème qui porte son nom : il a pris tous ces éléments en Égypte où il a été, au dire même de ses biographes (cf. JAMBLIQUE), élève des prêtres pendant 22 ans.

PLATON considérait que l'âme du monde est constituée de triangles rectangles isocèles : idée saugrenue et gratuite si l'on ne tient pas compte de l'origine égyptienne de sa doctrine (p. 443-444).

La légende attachée à l'école pythagoricienne dit que la découverte de l'incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré fut longtemps tenue en secret, et que Hippase de Métaponte, qui la divulga, fut chassé de la secte et périt dans un naufrage en signe de punition des dieux.

Belle légende, qui s'évanouit devant la clarté des faits mathématiques égyptiens cités ci-dessus.

Il est certain que l'évidence de ces faits n'a pu échapper à la sagacité des mathématiciens qui se sont occupés de la question, mais ils ont préféré garder le silence, comme s'ils ne s'apercevaient de rien.

QUADRATURE DU CERCLE

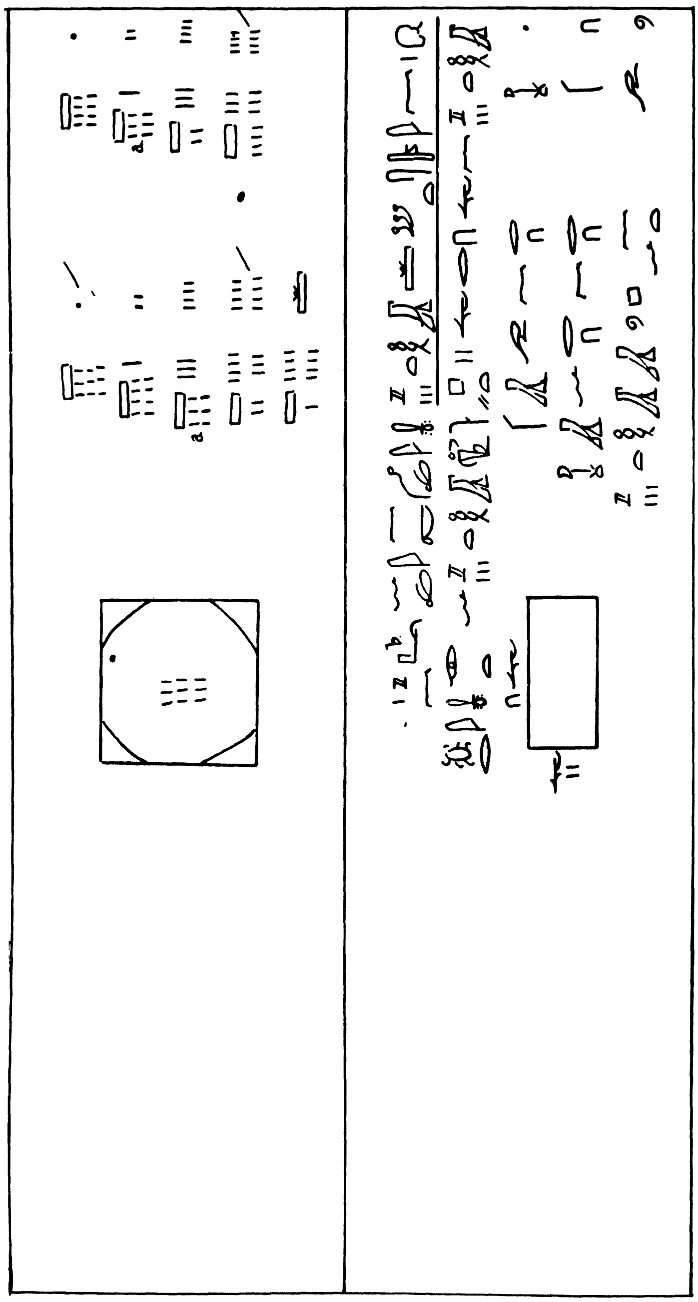
Les Égyptiens non seulement connaissaient le problème de la quadrature du cercle, comme le remarque STRUVE[40], mais ils ont été les premiers à l'avoir posé, dans l'histoire des mathématiques. Dans le problème n° 48 *(Papyrus Rhind),* il s'agit de comparer la surface d'un carré de 9 unités de côté à celle du cercle inscrit de diamètre 9 unités *(khet)* également, figure à l'appui (fig. **47**).

TRIGONOMÉTRIE

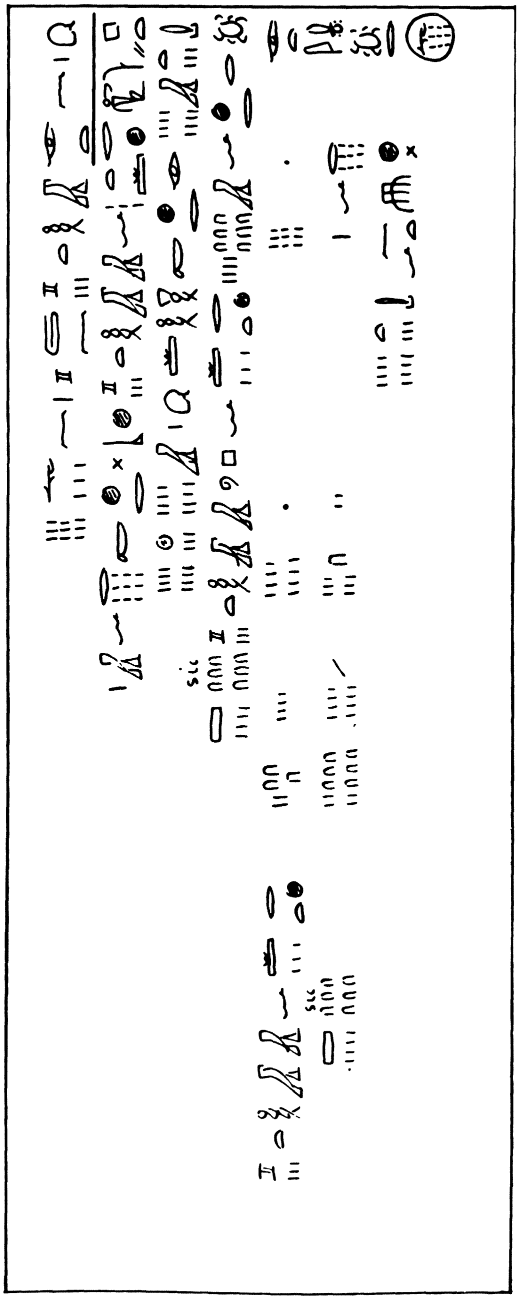
Les Égyptiens savaient calculer la pente d'une pyramide à partir des lignes trigonométriques habituelles : sinus, cosinus, tangente ou cotangente, ainsi que le montrent les exercices 56 à 60 du *Papyrus Rhind,* (p. 97 et suiv.)

Dans le problème n° 56 (fig. **37**), on donne la hauteur 250 coudées

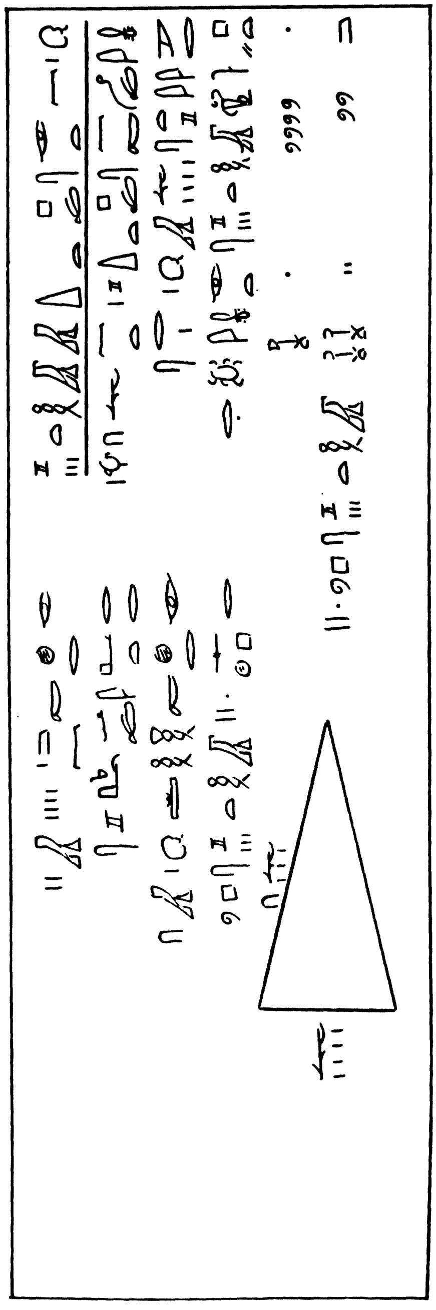
40. « Die Aufgabe *Rh.* 48 hat uns schon lange gezeigt, dass das Problem der Quadratur des Kreises den ägyptischen Mathematikern bekannt war. » (STRUVE : *op. cit.,* p. 178.)



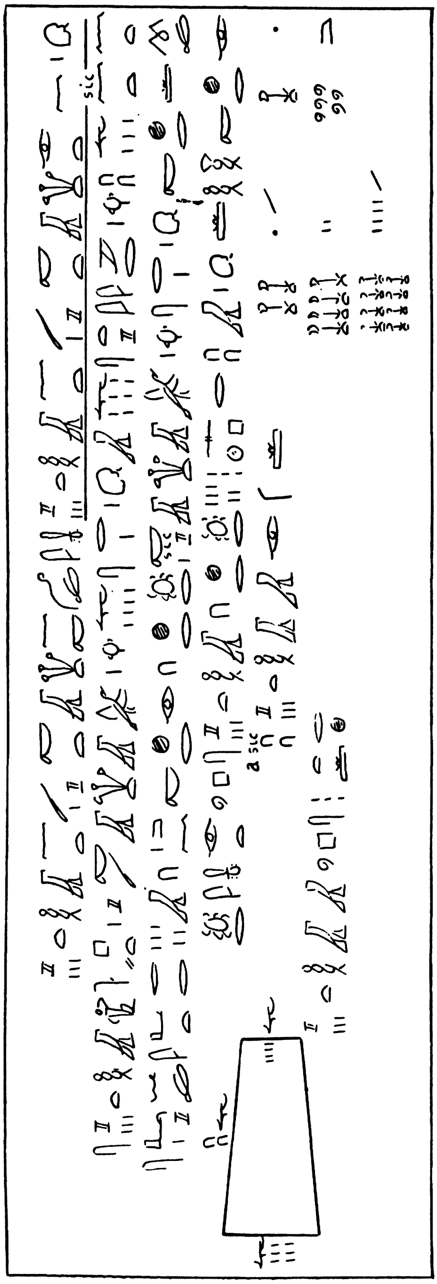
47 Le problème n° 48 du *Papyrus Rhind* traite de la quadrature du cercle : comparer la surface d'un cercle de diamètre 9 à celle d'un carré de côté 9. Le problème n° 49 traite de la surface d'un rectangle de longueur 10 et de largeur 2. (T. E. Peet : *The Rhind Mathematical Papyrus,* pl. O.)



48 Problème n° 50 du *Papyrus Rhind* : Surface d'un cercle de diamètre 9.



49 Problème n° 51 du *Papyrus Rhind* : Surface d'un triangle de hauteur 13 et de base 4.



50 Problème n° 52 du *Papyrus Rhind* : Surface d'un trapèze dont la grande base est 6, la petite base 4 et la hauteur 20.

et la base 360 coudées ; ce qui est appelé ici "la base" c'est le diamètre du cercle inscrit dans le carré de base de la pyramide, qui a la même longueur que le côté ; le scribe prend le centre de ce cercle comme origine des "axes", car il divise la longueur de la "base" ou du côté du carré, qui est la base de la pyramide, par 2 pour obtenir le rayon de ce cercle ; la hauteur de la pyramide se confond avec l'axe des sinus dont l'origine est le centre du cercle de base (fig. **51**). On a donc, d'après les données du problème :

Si α est l'angle d'inclinaison d'une face de la pyramide

$$\sin\alpha = 250$$

$$\cos\alpha = \frac{360}{2} = 180$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{250}{180}$$

Le scribe calcule la cotangente α :

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{180}{250} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$$

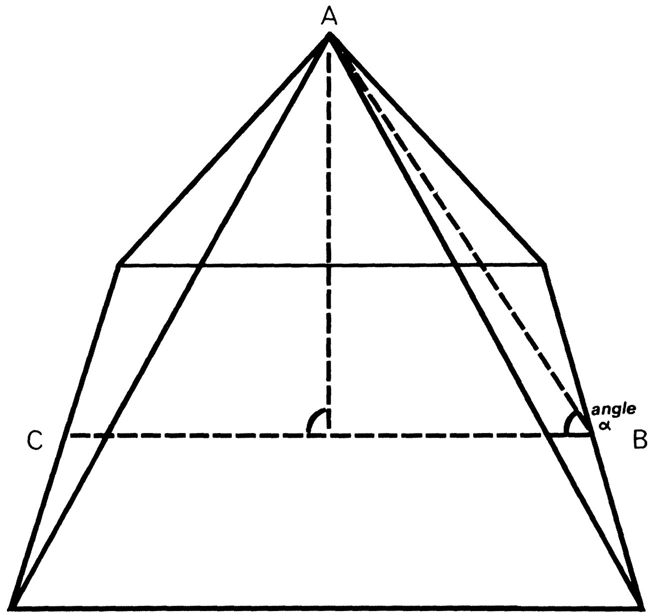
Il multiplie ce résultat par 7 pour exprimer le résultat final en palmes, car une coudée = 7 palmes. Donc :

$$\operatorname{cotg}\alpha = 7 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}\right) = 5 \text{ palmes } \frac{1}{25}$$

Pour le scribe, ce résultat a la valeur d'un angle, parce qu'il lui permet d'affirmer qu'un déplacement horizontal de 5 palmes suivant l'axe des cosinus correspond à une élévation en hauteur d'une coudée suivant l'axe des sinus. On voit que ces calculs étaient nécessaires pour obtenir la même pente régulière sur toute une face de la pyramide. Le scribe a choisi la cotangente car elle lui est plus utile ici, étant donnée la façon dont il voulait exprimer les résultats.

Dans le problème n° 57 (fig. **38**) du *Papyrus Rhind (p. 99),* on donne la cotg α = 5 palmes 1 doigt (4 doigts = une palme) et la "base" = 140 coudées, et on demande la hauteur. On a donc :

$$h = \sin\alpha = \cos\alpha \times \frac{1}{\operatorname{cotg}\alpha} = 93\frac{1}{3} \text{ (coudées)}$$



51 Figure correspondant au raisonnement du scribe, d'après T. E. Peet. Sur la figure, nous avons tracé la médiane *AB* pour mettre en évidence l'angle $\alpha = ABC$ (de sommet *B*.)

Le problème n° 60 (fig. **40** et *Rh.* p. 100) est particulièrement intéressant car il s'agit selon toute vraisemblance du calcul de la pente d'un cône ou d'un pilier conique, *inw*.

On donne : h = 30 coudées et la "base" = 15 coudées, et on demande la pente ; ici, la base est rigoureusement un cercle de diamètre 15 coudées (p. 100).

SURFACE DU CERCLE

$$S = \pi R^2$$

Les Égyptiens connaissaient la formule de la surface du cercle (fig. **48**) :

$$S = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

équivalent à $$S = \pi\frac{d^2}{4} \text{ ou } \pi R^2.$$

La valeur de π extraite de la formule égyptienne = 3,1605 $\neq$ 3,1416 qui est la valeur exacte. Ce résultat est étonnant lorsqu'on le compare à la valeur adoptée dans la mathématique babylonienne, que les modernes essaient d'ériger en rivale de la mathématique égyptienne : $\pi = 3$. Par conséquent, pour les Babyloniens, π n'était qu'un nombre entier parmi d'autres, son caractère de nombre transcendant, irrationnel, ne pouvait pas être perçu, car il n'avait même pas été calculé jusqu'à la première décimale ; c'était un nombre qui tombait juste.

Une telle rigueur des formules dans la géométrie égyptienne ne pouvait pas être le fruit de recettes additionnées au cours des siècles, pour résoudre des problèmes pratiques : c'était de toute évidence le fruit d'une science hautement théorique et spéculative – comme l'ont reconnu ARISTOTE, DÉMOCRITE, JAMBLIQUE, PLATON, SOCRATE, STRABON et d'autres – et dont nous avons perdu, pour le moment, les méthodes à cause du caractère extraordinairement initiatique de la science égyptienne. Une mathématique empirico-technique ne peut aboutir qu'à des formules grossièrement erronées comme celles des Babyloniens relatives à la surface du cercle et au tronc de pyramide. Toutes les méthodes graphiques (VOGEL) et autres à caractère empirique que suggèrent les auteurs modernes, pour retrouver les procédés égyptiens, n'ont aucune valeur démonstrative. La preuve en est que l'on se garde toujours de passer à une application numérique, car l'écart avec les résultats obtenus par les Égyptiens montrerait tout de suite la fausseté de la solution proposée.

SURFACE DU RECTANGLE

$$S = L \times l$$

Le problème n° 49 *Rhind* (fig. **47**) et le n° 6 du *Papyrus de Moscou* traitent de la surface d'un rectangle à des points de vue différents : dans le premier cas, on donne les deux dimensions et on demande la surface, tandis que dans le second, on donne la surface, et la largeur exprimée en fraction de la longueur :

$$S = 12, \qquad l = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{ de L}$$

Calculer L et *l*? On trouve L = 4 ; *l* = 3.

En méthode moderne, l'utilisation de deux équations simultanées est nécessaire pour déterminer d'abord *l*, puis L. Mais dans la dernière question, on demande de faire l'angle du rectangle, c'est-à-dire d'extraire la racine carrée des côtés !

Ce sur quoi on n'insiste pas, c'est que le problème n° 6 du *Papyrus de Moscou* traite bien (est-ce pur hasard ?) du fameux triangle sacré tant controversé et que les Égyptiens auraient connu, selon les témoignages grecs eux-mêmes :

$$L = 4, \ l = 3 \rightarrow d = 5 \text{ nécessairement.}$$

SURFACE DU TRIANGLE

La formule S = 1/2 *ah* était bien établie. On ne cherche plus à douter du fait en alléguant que ladite formule n'est exacte que si *meryt* signifie hauteur et non côté. STRUVE a montré que les Égyptiens utilisaient généralement *k3w* pour désigner la hauteur des êtres mathématiques à trois dimensions et *meryt* pour celle des figures planes. Le sens premier de *meryt* est rivage, quai. On remarquera que son déterminatif est essentiellement une ligne régulièrement brisée à angles droits, ce qui implique l'idée de perpendiculaire.

Les Égyptiens, qui connaissaient la formule exacte de la surface du trapèze, savaient nécessairement calculer celle du triangle, et même PEET en convient finalement et rejette l'idée d'EISENLOHR (traducteur du *Papyrus Rhind*) qui est parti de la formule approximative

$$S = \left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{b+d}{2}\right)$$

inscrite au temple d'Edfu, construit par Ptolémée XI, pour dire que les Égyptiens ne devaient pas connaître la formule exacte de la surface d'un triangle[41]. En effet, cette formule s'applique en général aux quadrilatères, pour la détermination approximative de la superficie des champs en vue de la taxation foncière. Manifestement, elle ne peut donc pas être vraie dans le cas du triangle scalène. D'autre part, elle est trop récente et appartient à l'époque grecque hellénistique. Est-ce donc la science grecque, ou la science égyptienne, qui est ici en cause?

Enfin, nous l'avons déjà dit, qui a calculé correctement la surface du trapèze connaît nécessairement celle du triangle : les inventeurs du fil à plomb ne pouvaient ignorer la hauteur des figures, et c'est pour cela que GILLINGS écrit, à propos de cette discussion sur le sens de *meryt :*

«However, these differences of opinion are academic; and modern-day historians agree that perpendicular height is meant by the scribe[42].» («Toutefois ces différences d'opinion sont académiques et les historiens d'aujourd'hui sont d'accord sur le fait que le scribe voulait dire hauteur.»)

SURFACE DU TRAPÈZE

Le scribe appliquait la formule correcte suivante :

$$S = \frac{A + B}{2} \times h$$ (Ou la demi-somme des bases par la hauteur.)

Pour le calcul de la surface du trapèze : les calculs qu'il fait reviennent à l'application rigoureuse de cette formule.

Problème n° 52 (Papyrus Rhind, fig. **50**) : Un trapèze (triangle dont un des sommets est coupé parallèlement à la base) de hauteur 20 *khet,* de grande base 6 *khet* et petite base 4 *khet.* Quelle est sa surface? Le scribe opère comme suit (*Rh.* p. 94) :

$$6 + 4 = 10;\ 10/2 = 5;\ S = 5 \times 20 = 100$$

41. T.E. PEET : *The Rhind Mathematical Papyrus,* p. 93-94.
42. R.J. GILLINGS : *op. cit.,* p. 139.

VOLUMES DU CYLINDRE, DU PARALLÉLÉPIPÈDE ET DE LA SPHÈRE

Les problèmes n^{os} 41-43 du *Papyrus Rhind* traitent du volume d'un cylindre, désigné par le terme *šꜣ'* et non *ipt*[43]. Ce sont les deux termes que PEET faisait semblant de confondre pour la circonstance, lorsqu'il a voulu réduire la surface de la sphère à celle du cylindre, pour ravaler la mathématique égyptienne, croyait-il !

Dans le problème n° 44, il s'agit d'un cube (base carrée, *ifd* ; trois côtés égaux).

šꜣ' *dbn* = cylindre

šꜣ' *ifd* = cube ou parallélépidède suivant les cas.

Le problème n° 41 traite du volume d'un cylindre de diamètre 9 et de hauteur 10 unités.

Le calcul du scribe revient à l'application de la formule exacte qui donne le volume du cylindre, à savoir :

$$V = \pi R^2 h = \left(\frac{16}{9}R\right)^2 \times h = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \times R^2 \times h = S \times h$$

la surface de base multipliée par la hauteur, S étant calculée avec la valeur de $\pi = .3{,}1605$ (*Rh.* p. 81).

Le problème n° 44 concerne le volume d'un cube de 10 unités de côté :

$$V = a \times a \times a = a^3 \quad \text{ou } 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

Le scribe a fait exprès, ici, d'élever le nombre 10 à la puissance 3 et nous verrons, avec les progressions géométriques, qu'il avait déjà l'habitude d'élever un nombre quelconque à la puissance *n*.

Le problème n° 45 est l'inverse du précédent : le volume étant donné, on demande le côté du cube (*Rh.* p. 85). Cela équivaut à l'extraction d'une racine cubique.

Le problème n° 46 est relatif à un parallélépipède à base carrée dont il s'agit de trouver les trois côtés, connaissant le volume.

Volume de la sphère ?

Il est probable que le problème de la planche VIII du *Papyrus de*

43. T.E. PEET : *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 80-82.

Kahun traite du volume de la sphère, d'une hémisphère de diamètre 8 unités, comme l'a supposé BORCHARDT[44].

Pour GILLINGS et PEET, il s'agit plus sûrement du volume d'un grenier cylindrique, de diamètre 8 et de hauteur 12.

ALGÈBRE

SÉRIES MATHÉMATIQUES

Les Égyptiens avaient une notion claire des séries mathématiques et de leurs propriétés particulières : ils connaissaient très certainement les séries que sont les progressions géométriques de raison r et les progressions arithmétiques, et très probablement d'autres types de séries aux propriétés beaucoup plus complexes.

Le problème n° 79 porte sur une progression géométrique de raison 7 ; on l'appelle communément le problème sur « l'inventaire des *biens* contenus dans une maison », expression visiblement impropre. En voici l'énoncé : Soient 7 maisons ; dans chacune il y a 7 chats, chaque chat tue 7 souris ; chaque souris aurait mangé 7 grains ; chaque grain produirait 7 *hekat*. Quelle est la somme de tous les éléments énumérés ? (Quel est le total de toutes ces choses ?) Il s'agit d'une progression géométrique de raison 7 et dont le premier terme est également 7. Le raisonnement du scribe conduit au même résultat numérique que l'application de la formule de l'algèbre moderne, qui donne la somme d'une progression géométrique :

$$S = a\frac{r^n - 1}{r - 1} = 7 \times \frac{16\,807 - 1}{7 - 1} = 7 \times \frac{16\,806}{6} = 7 \times 2\,801 = 19\,607$$ [45]

Le problème n° 40 du *Papyrus Rhind* traite d'une progression arithmétique.

44. BORCHARDT : *A.Z.*, 35, p. 150-152. Voir aussi les critiques de T.E. PEET : *op. cit.*, p. 83.

45. T.E. PEET : *The Rhind Mathematical Papyrus*, p. 121-122.

Il consiste à partager 100 pains entre 5 personnes, de manière que les parts soient en progression arithmétique et que la somme des deux plus petites soit un septième de la somme des trois plus grandes[46].

Le problème 64 concerne une répartition de différences : c'est encore une progression arithmétique. Il s'agit de répartir 10 pains entre 10 personnes, de telle sorte que la différence entre une personne et son voisin soit un huitième de *hekat*. On aboutit au même résultat que le scribe en appliquant la formule classique d'une progression arithmétique :

$$l = a + (n - 1)\,d$$

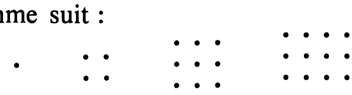
où l = le dernier terme
a = le premier terme
d = la différence commune : 1/8 (p. 108).

Le *Papyrus Rhind* montre que les Égyptiens étaient les inventeurs des progressions arithmétiques et géométriques. Or, les "supposées" découvertes les plus fameuses de PYTHAGORE portent sur des opérations diverses sur les séries arithmétiques et géométriques.

La sommation de progressions arithmétiques donne les nombres polygones. Par exemple :

– La sommation des termes de la progression arithmétique la plus simple, correspondant à la série des nombres naturels (et dont le rapport, ou différence des termes, est égal à 1), donne les nombres trigones ou triangulaires.

– Celle dont la différence des termes est 2, c'est-à-dire celle des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9..., donnera, par sommation de ses termes, les nombres tétragones, ou carrés, soit 1, 4, 9, 16, 25..., représentés comme suit :



1 4 9 16

– Celle dont la différence des termes est 3 donne les nombres pentagones : 1, 5, 12, 22, 35...

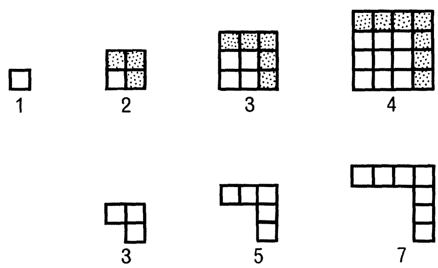
– La progression 1, 5, 9, 13, 17..., ayant 4 comme différence

46. T.E. PEET : *Ibidem*, p. 78.

entre les termes, donne la série des nombres hexagones : 1, 6, 15, 28...

De la même façon, on obtient les nombres heptagones, octogones, ennéagones, etc.

De même, les *gnomons,* ou ceintures rectangulaires successives qui permettent d'obtenir tous les carrés à partir d'un carré unité, forment la série arithmétique des nombres impairs :



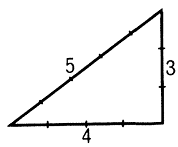
PYTHAGORE supposait l'âme tétragone, ou carrée, d'où l'importance de la tétrade, ou *tetractys,* et du gnomon, dans sa philosophie.

L'influence égyptienne chez PYTHAGORE était si forte que celui-ci, en tout cas son école, malgré la différence de langue et d'écriture, employait dans sa notation mathématique pré-algébrique les signes hiéroglyphiques égyptiens. Exemples : le signe de l'eau (⁓) symbolisait les progressions des nombres. La série des nombres impairs était représentée par le gnomon en forme d'équerre (⌉); les nombres pairs par le signe (=) de la balance. Le cercle, hiéroglyphe de Ra, le soleil, représente le mouvement perpétuel (○). Le fameux signe de la croix ansée d'Isis (☥), deux équerres ou gnomons adossés, surmontés d'un cercle, symbolise la génération des carrés par la série des nombres impairs, qui jouait un rôle capital dans la doctrine pythagoricienne. Et ainsi de suite[46 bis].

Un passage de PLUTARQUE, cité par HOEFER, montre que les Grecs savaient bien que le théorème dit "de Pythagore" était une découverte égyptienne : *«Les Égyptiens paraissaient s'être figuré le monde sous la forme du plus beau des triangles, de même que* PLATON, *dans sa* Politique, *semble l'avoir employé comme symbole de*

46 bis. Ferdinand HOEFER : *Histoire des Mathématiques,* Libr. Hachette, Paris, 1895 (4e éd.), p. 99, 129-130.

l'union matrimoniale. Ce triangle, le plus beau des triangles, a son côté vertical composé de 3, la base de 4 et l'hypoténuse de 5 parties, et le carré de celle-ci est égal à la somme des carrés des cathètes. Le côté vertical symbolise le mâle, la base la femelle, et l'hypoténuse la progéniture des deux[46 ter]*.»*



Enfin, GILLINGS montre que les Égyptiens savaient, sans doute possible, sommer une progression arithmétique, et leur raisonnement équivalait à la formule moderne suivante :

$$S = \frac{N}{2}\,[2\,a + (n-1)\,d]$$ [46 quater]

Par conséquent, tous les éléments devant conduire aux "découvertes" de PYTHAGORE étaient déjà présents dans la mathématique égyptienne.

ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

Problèmes n^os 24 à 38 du Papyrus Rhind, *p. 60 et suivantes.*

Les Égyptiens ont posé une série de problèmes correspondant en algèbre moderne à des équations du premier degré; ils avaient une idée très claire de la notion abstraite et symbolique d'inconnue, mais ne pouvaient la matérialiser en écriture hiéroglyphique qu'en assimilant le chiffre privilégié 1 (= un) à X. Il est facile de se rendre compte que dans tous les problèmes algébriques égyptiens, 1 représentait X, et même des auteurs aussi hostiles que NEUGEBAUER reconnaissent que les Égyptiens connaissaient l'algèbre.

46 ter. PLUTARQUE : *Isis et Osiris,* § CLVI.
46 quater. R.J. GILLINGS : *op. cit.,* p. 175.

Pour EISENLOHR, CANTOR, REVILLOUT, les Égyptiens raisonnaient en algébristes, tandis que pour d'autres auteurs, comme RODET, il ne s'agissait pas d'algèbre car l'inconnue n'est pas apparente (p. 60).

Les problèmes se répartissent en trois groupes.

1°) Les n°s 24-27 appartiennent au premier groupe et sont résolus par la méthode de fausse supposition. Soit par exemple le problème n° 24, libellé comme suit :

Une quantité (quelconque) plus son 1/7 = 19.

Quelle est cette quantité ?

Il est clair que l'on ne trahit point l'esprit du scribe en libellant ce problème dans les termes algébriques modernes suivants :

Une quantité X plus son 1/7 = 19 ; trouver X

ou $X + \frac{1\,X}{7} = 19$ (Équation du 1er degré à une inconnue)

Nous voyons que dans ce genre de problème, il s'agit de nombres purs au sens mathématique et non point de nombres exprimant des quantités concrètes (mesures de blé ou autres céréales).

2°) Type de problème 28 et 29. Le n° 28 appartient au second type de problème, conduisant à une équation du premier degré de forme plus complexe que la précédente ; le libellé du problème est le suivant (on constatera qu'il est d'essence algébrique) : Soit un nombre donné (quelconque), on lui ajoute ses 2/3 puis de cette somme on retranche son tiers ; il reste 10. Quel est ce nombre ?

En appelant ce nombre X, l'expression moderne de l'équation du premier degré correspondante prend la forme suivante :

$$X + \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}\left(x + \frac{2x}{3}\right) = 10$$

3°) Le troisième type de problème, n°s 30-34 (GILLINGS).

Les 2/3, plus le 1/10 d'un nombre = 10 ; quel est-il ?

L'équation s'écrit immédiatement :

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right)X = 10 \qquad X = 13\frac{1}{23}$$

ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Deux problèmes du *Papyrus de Berlin* concernent chacun un système d'équations simultanées, dont une est du second degré.

Écrites sous forme moderne, elles deviennent :

$$\mathrm{I}\quad \begin{cases} X^2 + Y^2 = 100 \\ 4X - 3Y = 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{II}\quad \begin{cases} X^2 + Y^2 = 400 \\ 4X - 3Y = 0 \end{cases}$$

Voici un énoncé explicite d'un problème du second degré : Comment diviser 100 en deux parties, pour que la racine carrée de l'une d'entre elles soit les 3/4 de celle de l'autre ? La solution du scribe est rigoureusement exacte. En symboles modernes, on a :

$$X^2 + Y^2 = 100 \quad \rightarrow \quad Y = \frac{3}{4}X \quad \rightarrow \quad X^2 + \frac{9}{16}X^2 = 100$$

GILLINGS pense que les problèmes n° 28 et 29 du *Papyrus Rhind* sont les plus anciens exemples enregistrés dans l'histoire des mathématiques, bien avant DIOPHANTE D'ALEXANDRIE, formant une classe qu'on peut appeler « Penser à un nombre », « Trouver un nombre tel que... » (DIOPHANTE)[47].

PONDÉRATION DES QUANTITÉS : "PESOU"[48]

Dans les problèmes qui traitent des masses et des poids, les quantités mentionnées sont affectées de coefficients d'utilité, elles sont pondérées. Exemple : si le *pesou* d'un pain est 12, c'est que ce pain contient 1/12 de boisseau.

47. R.J. GILLINGS : *op. cit.*, p. 181.
48. *Pesou* (littéralement : cuisine). Exemple :

$$\textit{pesou} = \frac{\text{nombre de pains}}{\text{quantité de graines utilisée}}$$

Tous les problèmes de type algébrique, c'est-à-dire qui traitent de quantités abstraites au sens moderne de l'algèbre, sont précisément appelés *problèmes Aha*[49].

Le titre du *Papyrus mathématique Rhind* montre – quoiqu'on en pense, même si les calculs qui suivent sont élémentaires, et on sait pourquoi – que les Égyptiens, bien avant PYTHAGORE, avaient un sens aigu de la domination de la nature par le nombre, par la mathématique : « Règles pour étudier la nature, et pour comprendre tout ce qui existe, chaque mystère, chaque secret. » Il faudra attendre la Renaissance pour que F. BACON donne une nouvelle formulation de la "toute-puissance des mathématiques".

Le procédé de démonstration de la surface du cercle montre que les Égyptiens avaient acquis la notion hautement abstraite de la constance du rapport entre n'importe quelle surface de cercle et le diamètre de celui-ci, rapport de grandeurs géométriques.

D'après DÉMOCRITE et ARISTOTE, il n'y a pas de doute, les prêtres égyptiens gardaient jalousement, derrière les murs épais de leurs temples, une science hautement théorique. Pareille affirmation, venant d'ARISTOTE en particulier, a une portée colossale, car nul n'était mieux placé que celui-ci pour savoir ce qu'il en était de la science égyptienne.

Il est remarquable qu'ARISTOTE, qui s'exprime ainsi, ne se réfère explicitement nulle part, dans ses écrits, aux travaux égyptiens. Or cette influence des Égyptiens transparaît partout dans son œuvre. Il n'hésite pas à reconnaître que si les prêtres égyptiens ont pu atteindre un tel niveau de spéculation dans les sciences théoriques, c'est parce qu'ils étaient à l'abri des besoins matériels.

L'existence du triangle rectangle sacré montre que, pour les Égyptiens, certaines proportions mathématiques avaient une essence divine au sens pythagoricien et platonicien.

Richard J. GILLINGS est sûrement un des savants les plus compétents, les plus honnêtes et les plus objectifs qui se soient occupés de la mathématique égyptienne.

49. Littéralement, *Aha* signifie : tas, morceau, quantité, chiffre, nombre abstrait.

S'agissant de la table de division du nombre 2 par les nombres impairs de 3 à 101, table qu'on rencontre de 2000 av. J.-C. à 600 après J.-C., il remarque que les mathématiciens grecs, romains, arabes, byzantins n'ont jamais été capables de découvrir une technique plus efficace pour traiter la banale fraction P/q.

Les Grecs ont conservé dans leur arithmétique la vieille notation égyptienne des fractions, de 2200 av. J.-C., comme le prouve un papyrus où on lit :

$$\frac{1}{17} \text{ d'un talent d'argent} = 352 + \frac{1}{2} + \frac{1}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{52} \text{ drachmas.}$$

Les mathématiciens modernes, 4 000 ans après, cherchent à retrouver les lois et théorèmes qui sont à la base de l'arithmétique égyptienne, et en particulier leurs procédés pour les traitements des fractions, pour dresser la table $2/n$ sans une seule erreur. Comment le scribe du *Papyrus Rhind* a-t-il pu, à côté des milliers de décompositions possibles, choisir chaque fois la plus simple et la meilleure, ainsi que le note MANSION en 1888[50].

En 1967, 4 000 ans après, on a programmé un calculateur électronique pour calculer toutes les expressions possibles de fractions à numérateur unitaire, des divisions de 2 par les nombres impairs 3, 5, 7,... à 101, afin de comparer les décompositions données par le scribe avec les milliers d'autres possibles, soit en tout 22 295 formes possibles. Il résulte de cette expérience que la machine du XX^e^ siècle n'a pas battu le scribe d'il y a 4 000 ans : elle n'a pas trouvé de décompositions supérieures à celles données par le scribe de l'an 2000 av. J.-C.[51].

Ce résultat est incompatible avec l'idée d'une mathématique technico-empirique procédant par essais et tâtonnement : il y avait des théorèmes sûrs, qui restent à découvrir, et qui incluent ceux de l'arithmétique élémentaire.

50. « Les décompositions sont toujours, à un point ou à un autre, plus simples que toute autre décomposition possible. » (R.J. GILLINGS : *op. cit.*, p. 48.) Tandis qu'un détracteur comme T.E. PEET dira que le recto (du papyrus où se trouve la table de décomposition des fractions) est un monument du manque d'altitude d'esprit scientifique. (*Ibidem*, p. 48.)

51. R.J. GILLINGS : *op. cit.*, p. 52.

ARITHMÉTIQUE

Nous ne dirons presque rien sur ce sujet. Notre ami, le professeur Maurice CAVEING, lui a consacré une étude magistrale sous forme d'une thèse de doctorat d'État qui fera date dans l'histoire des sciences. Il faudra donc se reporter à cet ouvrage de référence qui paraîtra bientôt.

L'originalité de l'arithmétique égyptienne est qu'elle n'exige aucun effort de mémoire. La multiplication et la division se ramènent à des additions après une série de duplications. Seule, la table de multiplication par deux est nécessaire à connaître pour effectuer facilement les opérations les plus complexes; par contre, dans l'arithmétique mésopotamienne, la connaissance de la table de multiplications était indispensable pour pouvoir calculer.

Les opérations sur les fractions portent en général sur des fractions de numérateur égal à l'unité; cependant les Égyptiens connnaissaient et utilisaient aussi les fractions complémentaires suivantes : 2/3 (fréquemment utilisée), 3/4, 4/5, 5/6 (moins fréquemment employées). De ce fait, les Égyptiens avaient dressé un tableau de décomposition des fractions de type $2/n$, incluant les fractions de 2/5 à 2/101 [52]. La méthode de décomposition ainsi inventée par les Égyptiens était très complexe, très difficile à suivre; les savants et les mathématiciens modernes sont loin d'être d'accord sur le procédé mis en œuvre pour arriver au résultat : cependant on admire aujourd'hui encore la maîtrise étonnante et la sûreté avec lesquelles les scribes ont traité des fractions; les Grecs et les Romains ont continué à utiliser les méthodes égyptiennes.

Dès le IIIe millénaire, les Égyptiens avaient déjà inventé la numération décimale et découvert ou pressenti le zéro, comme en témoignent les espacements laissés là où l'on en mettrait aujourd'hui [53]. Les partages proportionnels étaient connus [54]. Les exemples

52. Ainsi : $\frac{2}{41} = \frac{1}{24} + \frac{1}{246} + \frac{1}{328}$ (*Papyrus Rhind*, p. 37).

Notez : = *ro* = fraction = la bouchée qu'on avale = la portion. En walaf, nous avons *rôh* = avaler avec gloutonnerie (?).

53. Jean VERCOUTTER in *La Science antique et médiévale*, P.U.F., Paris, 1957.

54. *Papyrus Rhind*, problème 4 : 7 pains à partager entre 10 personnes

traités dans le *Papyrus de Berlin* montrent qu'ils savaient extraire, de façon rigoureuse, la racine carrée d'un nombre quelconque, même fractionnaire, et les mathématiciens se demandent encore la voie suivie par le scribe AHMÈS. Celui-ci était manifestement dans les mêmes dispositions qu'un professeur devant exposer des notions mathématiques très complexes à des élèves d'un niveau moyen. Le problème n° 45 montre qu'ils savaient extraire une racine cubique aussi.