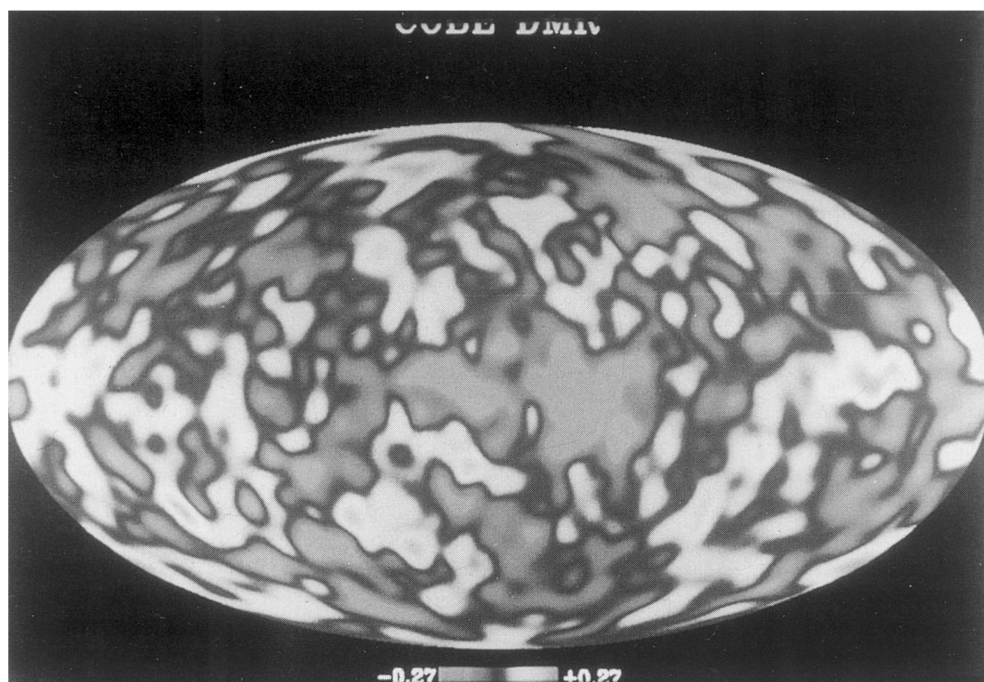




“Les rides du temps” (George SMOOT and Keay DAVIDSON, *Les rides du temps – L'Univers, 300 000 ans après le Big Bang*, Paris, Flammarion, 1994). Il s'agit d'une carte du ciel en température établie par le radiomètre différentiel DMR (*Differential Microwave Radiometer*). Cet appareil installé sur le satellite COBE a permis à l'équipe du physicien américain George SMOOT d'étudier le rayonnement de fond cosmologique de l'Univers. Cette carte, publiée en 1992, présente des variations, à travers le ciel, de la température du rayonnement de fond cosmologique interprétées par les auteurs comme la trace “... des germes primordiaux des structures de l'Univers comme les galaxies ou les amas de galaxies. Ce sont des plis dans la trame de l'espace-temps, restes de la période de création.” (op. cit., p. 334) . “... L'Univers ne se dilate pas dans un espace préexistant, cette expansion crée l'espace et le temps” (op. cit., p. 329) – (photo © CIEL et ESPACE).

□ Sur la covariance des lois physiques dans un univers non statique

Jean Paul MBELEK
Samory Candace DIOP
Cheikh M'Backé DIOP

“... il ne faut pas se laisser empêcher de suivre le chemin de la théorie relativiste jusqu'au bout.”, A. EINSTEIN, La Relativité.

Résumé : Les modèles d'univers existants soulèvent des difficultés qui sont brièvement rappelées dans le présent article. Ainsi, les modèles d'univers fondés sur le principe cosmologique (homogénéité et isotropie de l'Univers, existence d'un temps cosmique), dont les modèles de FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER, présupposent une différence de nature entre les lois cosmologiques et les lois observées en laboratoire. Afin d'assurer la covariance des lois physiques dans un univers non statique à toutes les échelles, nous proposons une théorie métrique de la gravitation à deux composantes, l'une purement tensorielle (véhiculée par un graviton de spin 2) l'autre scalaire (véhiculée par un graviton de spin 0). Cette théorie fait l'économie du principe cosmologique. Elle est fondée sur une métrique unique pour décrire la géométrie de l'espace-temps à toutes les échelles. Dans le cadre de cette théorie des phénomènes mal ou non expliqués jusqu'ici sont réinterprétés : le problème cosmologique, courbes de rotation des galaxies (relations de TULLY-FISHER et de FABER-JACKSON), forme et localisation du halo sombre galactique et du nuage de OORT, accélérations séculaires des astres, allongement de la durée du jour.

Abstract : *On the Covariance of the Physical Laws in a Non Static Universe* — There are difficulties with actual models of the Universe which are reviewed in this paper. Thus, models based on the cosmological principle as the FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER models, assume difference of nature between the cosmological laws and the small scale laws or those observed in the laboratory. A metric theory of gravitation with two components is proposed to ensure the covariance of the physical laws in an all scale non static universe. The former is purely tensorial (carried by a spin two graviton), the later a scalar (carried by a spin zero graviton). The cosmological principle is not needed in this theory. The theory is based on an unique metric which defines the geometry of spacetime at all scales. Several non or ill explained are interpreted in the frame of this theory : the cosmological problem, the rotation curves of galaxies (TULLY-FISHER and FABER-JACKSON relations), the form and the location of the dark halo of the Galaxy and the OORT cometary cloud, the secular acceleration of the Moon, planets and satellites, the secular variation of the length of the day.

I. Introduction

A. EINSTEIN¹, après avoir publié la théorie de la Relativité Générale (RG) en 1915, l'applique deux ans plus tard à l'Univers pris dans son ensemble, consacrant ainsi la naissance de la *cosmologie relativiste* : il propose alors, un modèle d'*univers statique*, en introduisant de manière *ad hoc* la *constante cosmologique* dans ses équations.

En 1922, le mathématicien A. FRIEDMANN², démontre qu'il existe des solutions aux équations d'EINSTEIN, sans constante cosmologique, conduisant à des modèles d'*univers non statiques*.

En 1929, E. HUBBLE³, suite à quatre années d'observations astronomiques, publie la fameuse loi qui porte son nom : le *décalage spectral* vers le rouge ou *redshift cosmologique* des *galaxies* est proportionnel à leur distance. Cette loi traduit le fait expérimental qu'est l'*expansion* de l'Univers ou *flot de HUBBLE*.

Au début des années trente, H.P. ROBERTSON⁴ et indépendamment A.G. WALKER⁵, à l'aide d'un postulat *a priori* d'homogénéité et d'isotropie de l'Univers à grande échelle — le *principe cosmologique* ⁶— établissent l'expression de la forme quadratique fondamentale qui porte aujourd'hui leur nom : la métrique de ROBERTSON-WALKER.

Depuis, les conséquences de l'expansion de l'Univers sont généralement étudiées à grande échelle aboutissant, avec entre autre le support théorique de la RG, à l'établissement de *lois cosmologiques* (lois vérifiées exclusivement à l'échelle de l'Univers pris dans son ensemble) telles que : le redshift cosmologique, le rayonnement fossile de *corps noir* à 2,7 K, l'abondance des éléments légers, etc.

Cependant, sur le plan conceptuel, les modèles d'univers fondés sur le principe cosmologique, dont les modèles de FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER (FRW)⁷, supposent une différence de nature entre les lois cosmologiques et les lois vérifiées à petite échelle ou observées en laboratoire ; est-ce satisfaisant ? ⁸

Ces modèles FRW, caractérisés par l'existence d'une *singularité* à l'origine des temps, le *big bang*, ne livrent pas les valeurs actuelles des paramètres cosmologiques (paramètre de

1. A. EINSTEIN, *Sitzgster. Preuss. Akad. Wiss.*, 1917, pp. 142-152.

2. A. FRIEDMANN, *Zeitschrift für Physik*, 10, 1922, pp. 377-386.

3. E. P. HUBBLE, "A Relation between Distance and Radial Velocity among Extragalactic Nebulae", *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S.*, 15, 1929, pp. 169-173.

4 H.P. ROBERTSON, *The Astrophysical Journal*, 82, 1935, pp. 284-301.

5. A.G. WALKER, *Proceedings of the London Mathematical Society* (2), 42, 1936, p. 90.

6. Le principe cosmologique (dénomination due à E. A. MILNE) stipule qu'à tout instant et pour tout observateur, à l'exception d'irrégularités locales, l'Univers est homogène et isotrope.

7. Les modèles FRW (modèles standard de la cosmologie) sont fondés sur le principe cosmologique et les équations d'EINSTEIN sans constante cosmologique.

8. "Plus grave est sans doute le caractère ad hoc du choix de ceux des faits d'observation que l'on considérera comme <<cosmologiques>>.", J.-C. PECKER, *Nouvelle encyclopédie des sciences et des techniques*, Aux confins de l'Univers : Faut-il croire au Big Bang?, Paris, Librairie Arthème Fayard/Fondation Diderot, 1987, p. 314.

HUBBLE, paramètre de décélération, paramètre de densité, constante cosmologique, âge de l'Univers, etc.).

Bien que la RG soit le cadre correct dans lequel on doit étudier les propriétés de l'Univers pris dans son ensemble, nous pensons qu'il est abusif d'affirmer que l'expansion de l'Univers se déduit de la RG⁹ : en effet, l'expression du *facteur d'échelle* n'y est déterminée que pour les cas, irréels à notre époque, d'un univers dominé par le rayonnement ou complètement vide (univers de de SITTER). Pour nous, la nécessité de postuler le principe cosmologique et de supposer l'existence d'un système de coordonnées comobiles (cf. section II) montre clairement que la RG, dans son acception usuelle, cesse d'être un cadre théorique fermé (théorie complète du champ de gravitation), en particulier lorsque l'on envisage ses implications cosmologiques. Cette conviction est renforcée par l'existence d'observations faites sur les galaxies et restées jusqu'à présent inexplicées, même dans le cadre de la RG, nous citons : les *courbes de rotation* des galaxies, l'énigme de la *matière noire*, la relation de TULLY-FISHER, la relation de FABER-JACKSON, etc. Nous y voyons, dans la continuité du principe de relativité, un point de départ pour la formulation d'un nouveau paradigme.

En outre, il existe hors du champ immédiat de la cosmologie d'autres questions fondamentales restées jusqu'à présent sans réponse définitive comme : le déficit du flux de neutrinos solaires, le bruit de scintillation, l'accélération séculaire de la Lune, l'allongement de la durée du jour... En effet, jusqu'ici, en dehors de la RG, toutes les théories physiques ont été établies dans le cadre d'un univers supposé statique. Dans quelle mesure l'expansion de l'Univers peut-elle influencer sur les lois physiques en dehors du cadre restrictif de la cosmologie ? En particulier, qu'en est-il à petite échelle, celle des galaxies, du Système solaire, des niveaux atomiques et subatomiques ? Comment, en considérant l'expansion de l'Univers comme un fait expérimental, doit-on réécrire les lois physiques ?

L'objet de cet article est de montrer, en continuité avec la théorie de la relativité, comment il est possible de conserver la *covariance* des lois physiques, initialement établies pour un univers supposé statique, lorsqu'elles sont réécrites dans un univers non statique, en l'occurrence en expansion. Ceci nous amène à discuter successivement les différents concepts sur lesquels reposent les modèles cosmologiques FRW, puis à proposer une théorie métrique de la gravitation à deux composantes : l'une tensorielle dominante à petite échelle et l'autre scalaire dominante à grande échelle^{10,11,12}. Parmi les problèmes auxquels nous appliquons ici cette théorie, citons : le problème cosmologique, les courbes de rotation des galaxies, forme et localisation du halo sombre galactique et du nuage de OORT, l'allongement de la durée du jour, l'accélération séculaire de la Lune et d'autres astres.

9. "It seems to me, then, that describing the HUBBLE law in this way cannot yet claim to be a successful prediction of the theory of general relativity itself, even though it may be an empirically correct description of the motions of the stars.", M. SACHS, "The Hubble Law and the Spiral Structures of Galaxies from Equations of Motion in General Relativity", *International Journal of Theoretical Physics*, Vol. 14, No. 2, 1975, p. 128.

10. J. P. MBELEK, *Interaction entre photons et gravitons — incomplétude des équations de l'électrodynamique et de la gravitation*, J.P. MBELEK, Paris, 1991.

11. J. P. MBELEK, "Interaction entre photons et gravitons — Limitations imposées aux méthodes radiométriques de datation", *Ankh* n° 1, février 1992, pp. 89-103.

12. J. P. MBELEK, "Dédution de la relation de TULLY-FISHER et estimation du paramètre de HUBBLE", *Ankh* n°2, Avril 1993, Paris, pp. 218-243.

II. Les concepts des modèles cosmologiques FRW

II.1. Principe cosmologique

Dans le cadre habituel de la cosmologie relativiste, il est admis que l'expansion de l'Univers se déduit des modèles FRW et est un effet qui s'applique entre les galaxies mais n'a aucune raison de s'appliquer à l'intérieur même des galaxies^{13,14}, étant entendu que les galaxies sont des systèmes globalement statiques, c'est-à-dire liés gravitationnellement et découplés depuis longtemps du flot de HUBBLE. Dans ces modèles FRW il est ainsi possible d'assimiler l'ensemble discontinu des galaxies à un gaz uniforme décrit par le tenseur énergie-impulsion d'un fluide parfait (milieu continu) et on postule le principe cosmologique qui est supposé être la source même de l'expansion.

Cependant, si l'expansion est bien observée entre les galaxies, l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers ne sont constatées ni à l'échelle des galaxies ni à celle des amas de galaxies. Même au vu des travaux récents, le principe cosmologique ne serait validé qu'à l'échelle des superamas¹⁵. De plus, l'existence du *grand attracteur* impliquerait une distorsion notable du flot de HUBBLE sur une vaste région de l'espace^{16,17,18}.

Comment peut-on admettre l'existence de l'expansion entre des structures non ponctuelles (galaxies, telles qu'on les observe réellement) tout en l'excluant à l'intérieur de ces structures ? En effet, il faudrait préciser ce qu'il en est à la frontière de ces structures : par exemple, où commencerait l'extérieur d'une galaxie et où s'arrêterait son intérieur¹⁹ ?

On pourrait croire que le problème des conditions aux limites que nous soulevons ici ne se pose pas vraiment pour les modèles FRW, étant donné que ces modèles supposent, qu'à l'échelle de l'Univers pris dans son ensemble, les galaxies sont ponctuelles. Qu'est-ce qui, alors, dans la métrique de ROBERTSON-WALKER, métrique des modèles FRW, porte les "empreintes" des galaxies ?

En d'autres termes, quels sont les paramètres qui, dans cette métrique, identifient clairement les plus petites structures (que nous pourrions alors, pour des raisons de simplification, supposer ponctuelles) entre lesquelles l'expansion de l'Univers s'applique ? Car il est clair que, si les modèles FRW pouvaient nous fournir une réponse à cette question, les observations récentes¹⁵ en fixant l'échelle à partir de laquelle le principe cosmologique serait validé, pourraient alors confirmer ou infirmer directement le postulat de base de ces modèles.

13. C. W. MISNER, K.S. THORNE, J. A. WHEELER, *Gravitation*, New York, Freeman and Company, 1973, p. 719.

14. M. ROOS, *Introduction to Cosmology*, Chichester, New York, John Wiley & Sons, 1994, p. 64.

15. V. de LAPPARENT, *Particle Astrophysics*, Gif-sur-Yvette, Éditions Frontières, 1993, pp. 281- 298.

16. D. LYNDEN-BELL, S. M. FABER, D. BURSTEIN, R.L. DAVIES, A. DRESSLER, R.J. TERLEVICH, G. WEGNER, *The Astrophysical Journal*, 326, 1988, p. 19.

17. D. BURSTEIN, S. M. FABER, A. DRESSLER, *The Astrophysical Journal*, 354, 1990, pp. 18-32.

18. D. LYNDLEY, *Nature*, 356, 1992, p. 657.

19. Les courbes de rotation des galaxies montrent bien la difficulté de définir les contours des galaxies (absence de "décroissance képlérienne").

La confrontation des modèles FRW avec les données d'observation oblige donc à distinguer d'une part la recherche de l'échelle de validité du principe cosmologique, d'autre part la recherche de structures de base de l'Univers qui seraient les plus grands systèmes connus liés gravitationnellement et découplés depuis longtemps du flot de HUBBLE.

En effet, si comme le prouveraient les observations récentes, le principe cosmologique n'était validé au mieux qu'à l'échelle des superamas, à l'instar des conclusions tirées habituellement pour l'intérieur des galaxies, on pourrait, si l'on n'y prend garde, conclure qu'il n'y a aucune raison que l'expansion de l'Univers s'applique à l'intérieur des superamas. Or, c'est un fait expérimental bien établi, l'expansion de l'Univers s'applique bien entre les galaxies éléments constitutifs des amas de galaxies et des superamas.

Aucune propriété spécifique aux galaxies n'apparaît explicitement dans la métrique de ROBERTSON-WALKER. Nous en déduisons donc que si cette métrique implique l'expansion de l'Univers, alors cette expansion non seulement est universelle mais n'est limitée par aucune frontière. Certes, à l'échelle de l'Amas local (galaxies proches) l'attraction gravitationnelle entre galaxies l'emporte sur l'expansion et les raies spectrales des galaxies observées sont, par conséquent, plutôt décalées vers le bleu. Il est tout aussi vrai que l'attraction gravitationnelle à l'intérieur ou entre des sous-structures de la Galaxie (Système solaire, pulsar binaire PSR 1913 + 16, etc.), est bien décrite par la métrique de SCHWARZSCHILD qui est une *métrique statique*. Ce constat, qui pourrait amener légitimement à négliger l'expansion, à l'intérieur des galaxies, n'autorise cependant pas à conclure qu'elle y est rigoureusement nulle^{20,21}.

II.2. Repère comobile - Temps cosmique

Par ailleurs, l'énoncé même du principe cosmologique suppose l'existence d'un *repère comobile*²² et la possibilité de définir un même *temps propre* pour tous les observateurs^{23,24} : le *temps cosmique*, par rapport auquel on repère tous les événements de l'Univers pris dans son ensemble. On peut reprocher à cette conception de réintroduire dans le cadre de la RG, même à l'échelle de l'Univers pris dans son ensemble, un *repère absolu* et un *temps absolu*^{25,26}. Comme le reconnaissent certains auteurs, celle-ci découle d'un "véritable choix philosophique"²⁷.

20. L. LANDAU et E. LIFCHITZ, *Théorie des champs*, Éditions Mir, Moscou, 1970, p. 456.

21. A. MAZURE, G. MATHEZ, Y. MELLIER, *Chronique de l'espace-temps — Du vide quantique à l'expansion cosmique*, Paris, Masson, 1994, p. 15.

22. "Le rayonnement cosmologique à 3K [Dans le paradigme des modèles FRW] peut être considéré comme un repère comobile parfait.", *Ibidem*, p. 98.

23. H. ANDRILLAT, B. HAUCK, J. HEIDMANN, A. MAEDER, J. MERLEAU-PONTY, *La Cosmologie Moderne*, Paris, Masson, 1988, pp. 69-72.

24. R.K. PATHRIA, *The Theory of Relativity*, Oxford - New York, Pergamon Press, 1974, pp. 266-267.

25. "A difficulty with this means [FRW] of describing the HUBBLE law, according to the theory of general relativity, is that it is noncovariant. It is a description that revives the Newtonian concept of absolute time — where the time measure, which is defined in terms of the coordinate along which the universe is evolving, is the same from all reference frames. A second difficulty is that such form for $g_{\alpha\beta}$ was not in fact derived from the field equations, or from equations of motion. It was rather set up in accordance with symmetry considerations, as well as imposing some extra mathematical conditions that would ensure a form that would predict the HUBBLE

L'existence de trajectoires radiales pour les photons (condition de visibilité des astres) et celle d'un décalage spectral cosmologique associé — redshift cosmologique — déduits de la métrique de ROBERTSON-WALKER impliquent, en toute logique, la non uniformité du temps cosmique. D'ailleurs, plus généralement, le principe de l'uniformité du temps n'a jamais été vérifié expérimentalement avec la précision nécessaire sur de très grands intervalles de temps. De plus, dans l'esprit même de la théorie de la relativité, l'espace et le temps doivent être traités sur le même pied d'égalité; alors pourquoi, si l'on admet que l'expansion de l'Univers se traduit par une dilatation de l'espace, le temps n'en serait-il pas affecté ? ²⁸

III. Théorie métrique de la gravitation à deux composantes

III.1. Redshift cosmologique et graviton scalaire

Le redshift cosmologique ou décalage spectral cosmologique vers le rouge a fait l'objet de diverses interprétations. Il a d'abord été interprété comme un effet de vitesse ou *effet Doppler* par E. HUBBLE, puis comme un effet de distance (ou de courbure variable en fonction du temps) dans le cadre de la relativité générale et à partir de la métrique de ROBERTSON-WALKER supposant la comobilité des galaxies. D'autres interprétations faisant intervenir l'hypothèse du "vieillissement" de la lumière ont également été proposées²⁹.

L'interprétation que nous proposons dans ce paragraphe vise à faire apparaître la possibilité de l'existence d'une composante scalaire de la gravitation qui coexisterait avec la composante tensorielle classique.

law.", M. SACHS, "The Hubble Law and the Spiral Structures of Galaxies from Equations of Motion in General Relativity", *International Journal of Theoretical Physics*, *op. cit.*, p. 128.

26. "It will be noted that the cosmic space presents itself as homogeneous and isotropic only to co-moving observers; the situation is, therefore, even more restricted than the one obtaining in the special theory of relativity. ...; moreover, for all the infinitely many observers in space there seems to exist a unique (practically absolute) time t .", R.K. PATHRIA, *op. cit.*, p. 267.

27. "Considérant alors les galaxies comme des particules libres de l'espace, nous poserons comme un véritable choix philosophique la comobilité des galaxies avec le système de coordonnées puisque l'on sait que cette comobilité est possible.", H. ANDRILLAT, B. HAUCK, J. HEIDMANN, A. MAEDER, J. MERLEAU-PONTY, *La cosmologie moderne*, *op. cit.*, p. 69.

28. "Mais l'existence d'un temps universel est peu satisfaisante d'un point de vue strictement relativiste ; le modèle non statique d'EINSTEIN-FRIEDMANN [FRW] est en réalité une succession dans le temps absolu d'espaces-temps statiques.", in , *Problèmes actuels en théorie de la relativité - Réunions d'études et de mises au point tenues sous la présidence de Louis de Broglie*, Paris, Éditions de la Revue d'optique théorique et instrumentale, S. KICHENASSAMY, "Choix et interprétation des systèmes de coordonnées en relativité générale.", 1959, pp. 83-90.

29. S. MAVRIDES, *L'Univers relativiste*, Masson & Cie, Paris, 1973, pp. 236-248. J.-C. PECKER, *Possible Explanation of non Cosmological Redshifts*, in *Colloques internationaux du CNRS*, n° 263, "L'évolution des galaxies et ses implications cosmologiques", Paris, 1976, pp. 451-476.

Cette approche :

- a - considère l'expansion de l'Univers comme un fait expérimental (cf. § I),
- b - est effectuée dans l'approximation des champs faibles et des faibles vitesses (en particulier, les durées considérées sont négligeables devant le temps de HUBBLE) qui se justifie *a posteriori* (cf. § III.2),
- c - repose sur l'application du *principe d'équivalence* qui stipule que, localement, un référentiel non galiléen est équivalent à un champ de gravitation,
- d - postule l'uniformité du temps dans le référentiel de l'observateur.

III.1.1. Potentiel du champ scalaire de gravitation

III.1.1.1. Définition

Soient deux référentiels S et S' de temps propres respectifs t et t'. Ils sont soumis au phénomène d'expansion de l'Univers. On néglige le mouvement relatif (vitesse particulière) de S' par rapport à S. A t = t₀, S' est séparé de S d'une distance l₀. Pour un observateur solidaire de S, la loi de HUBBLE s'écrit :

$$c z = H l \quad (1)$$

où c désigne la vitesse de la lumière, z le redshift cosmologique, H la constante de HUBBLE et l la distance séparant S et S' à un instant t ultérieur à t₀. Dans le cas des faibles redshifts, si on adopte l'interprétation initiale de la loi de HUBBLE, le terme cz peut être assimilé à une vitesse de récession radiale, V = c z. La distance l peut s'écrire : l = l₀ + c (t - t₀). Il en résulte, en tenant compte de (1), l'expression suivante de la vitesse de récession :

$$V = H c (t - t_0) + V(t_0) \quad (2)$$

où t - t₀ est le *temps de regard en arrière*.

La vitesse V de récession de S' par rapport à S varie donc au cours du temps ; en d'autres termes S' n'est pas galiléen vis-à-vis de S. On peut donc considérer que, du fait de l'expansion de l'Univers, par rapport à S, S' est soumis à une accélération :

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = H c \quad (3)$$

On remarque que cette accélération ne dépend ni du système de coordonnées choisi, ni d'une position ou d'une direction donnée, ce qui traduit son caractère homogène et isotrope. Cette accélération ne dépend pas non plus de la position de l'observateur. Tout se passe comme si S' était plongé dans un champ de gravitation d'intensité $\gamma = Hc$ et dont le potentiel scalaire (dépendant du temps) est défini (à une constante additive près) par :

$$V_U = - \int_{c(t-t_0)}^0 \gamma dl = - \int_0^{c(t-t_0)} H c dl = - H c^2 (t - t_0) \quad (4)$$

que l'on peut encore écrire, en vertu de (1) et de (2) : $V_U = c^2 z$ (5)

qui relie directement le potentiel scalaire au redshift cosmologique. Dans un système d'unités naturelles, où l'on pose c = 1, le potentiel scalaire V_U s'identifie au redshift cosmologique : V_U = z qui traduit l'équivalence entre le potentiel scalaire de gravitation et le redshift cosmologique.

III.1.1.2. Équation de mouvement

Dans un référentiel galiléen, l'équation de mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \vec{\nabla} V \quad (6)$$

où : $V = V_N + V_U$

$V_N = -\frac{GM}{r}$ désigne le potentiel newtonien créé à la distance r par une masse ponctuelle M

$V_U = H c^2 (t - t_0)$ le potentiel du champ scalaire de gravitation.

$\vec{r} = r \vec{u}_r$ avec $\vec{u}_r$ vecteur unitaire radial dirigé de l'observateur vers le corps d'épreuve.

En remplaçant dans (6) V_N et V_U par leurs expressions respectives, on obtient :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \frac{GM}{r^2} \vec{u}_r - H c^2 \vec{\nabla} t \quad (7)$$

En projetant l'expression (7) sur la ligne de visée, il vient :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{v^2}{r} = - \frac{GM}{r^2} - H c^2 \frac{dt}{dr} \quad (8)$$

Et pour une distribution de masse de symétrie sphérique $m(r)$ centrée à l'origine, on a :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{v^2}{r} = - \frac{Gm(r)}{r^2} - H c^2 \frac{dt}{dr} \quad (9)$$

où v désigne la vitesse tangentielle du corps d'épreuve.

III.1.2. La non uniformité du temps

Dans notre interprétation, en raison de l'influence du potentiel de gravitation V_U , même en l'absence de mouvement relatif de S' , le temps propre de S' est différent de celui de S . Les temps propres t et t' se déduisent l'un de l'autre par l'intermédiaire de la composante g_{00} du tenseur métrique :

$$dt = \sqrt{g_{00}} dt' \quad (10)$$

Dans le cas des faibles vitesses et dans l'approximation d'un champ de gravitation faible, le tenseur métrique est relié au potentiel V_U par la relation :

$$g_{00} = 1 + \frac{2 V_U}{c^2} \quad (11)$$

d'où, en se limitant au terme du premier ordre :

$$dt = \left(1 + \frac{V_U}{c^2} \right) dt' \quad (12)$$

En remplaçant V_U par son expression on obtient :

$$dt = \{ 1 + H (t - t_0) \} dt' \quad (13)$$

Considérons un phénomène temporel caractérisé par une fréquence (fréquence d'un photon, constante de désintégration d'un noyau radioactif, la période de rotation de la Terre, etc.) v et v' respectivement dans S et S' . On a :

$$v = \frac{dN}{dt} = \frac{dN}{dt'} \frac{dt'}{dt} = v' \frac{dt'}{dt} \quad (14)$$

Soit, en faisant un développement limité au premier ordre et compte tenu de (13) :

$$v = v' \{ 1 - H (t - t_0) \} \quad (15)$$

Les formules (13) et (15) traduisent le ralentissement "cosmologique" des horloges de S' par rapport à celles de S , effet dû à l'expansion de l'Univers.

De plus, elles expriment que si l'observateur lié à S postule l'uniformité de son temps propre, alors il aboutira à la conclusion que le temps propre d'un observateur lié à S' n'est pas uniforme. L'uniformité du temps (que nous ne confondons pas avec l'invariance par translation dans le temps) est un principe jusqu'ici admis par les physiciens et les astronomes³⁰. Cependant, il apparaît ici que, dans un univers en expansion, cette notion d'uniformité du temps perd son caractère absolu et devient relative à l'observateur. La relation (13) ne remet pas en cause la *stabilité*³¹ des horloges, puisque l'observateur lié à S peut légitimement postuler l'uniformité de son temps, mais ne lui interdit pas de constater la non uniformité du temps dans un autre référentiel S' . Par conséquent, ce qui est en cause, ici, c'est l'*exactitude en marche* (ou en fréquence)³² de l'horloge de S' par rapport à celle de S prise comme étalon : les intervalles unitaires de temps réalisés par les horloges respectives des référentiels S et S' présentent un écart systématique de l'ordre de la valeur de la constante de HUBBLE, H , c'est-à-dire 10^{-18} seconde comptée par l'horloge de S .

De même, si l'on considère le phénomène de désintégration d'un noyau radioactif, la relation (15) nous montre comment la constante de décroissance radioactive (nombre de noyaux se désintégrant par unité de temps) serait modifiée par l'expansion de l'Univers. Par conséquent, lorsque l'échelle de temps considérée le justifie, il serait nécessaire de corriger les valeurs des constantes radioactives afin de tenir compte de l'effet de l'expansion dans la datation des événements. C'est à une conclusion identique que l'on aboutit lorsqu'on impose

30. G. W. GROVES, "Dynamics of the Earth-Moon System", in *Physics and Astronomy of the Moon*, Academic Press, New York and London, 1962, p. 82.

31. C. AUDOIN, M.Y. BERNARD, R. BESSON, J.J. GAGNEPAIN, J. GROSLAMBERT, M. GRANVEAUD, J.C. NEAU, M. OLIVIER, J. RUTMAN, *La mesure de la fréquence des oscillateurs*, Paris, Masson, 1991, pp. 280-281.

32. Ibidem, pp. 281-282.

à la loi de désintégration radioactive de RUTHERFORD-SODDY l'impossibilité de déduire des dates d'événements qui seraient plus anciens que l'Univers³³.

III.1.3. Le redshift cosmologique

La relation (15) exprime que la fréquence, ν , d'un photon reçu en S est plus basse que celle de ce même photon émis en S'. C'est, dans l'approximation considérée, la formule du redshift cosmologique qui s'écrit :

$$\nu = \nu_0 \{ 1 - H (t - t_0) \} \quad (16)$$

En dérivant (16) par rapport au temps, on obtient avec la même approximation :

$$\frac{d\nu}{dt} = - H \nu \quad (17)$$

ce que l'on peut encore écrire :

$$\frac{d\nu}{\nu} = - \frac{H}{c} dl \quad (18)$$

relation donnée antérieurement par M. J. GELLER et P. J. E. PEEBLES³⁴

On peut aussi noter que c'est à une relation formellement identique à (16) qu'a abouti A. Th. BOGORODSKI³⁵ à partir de l'hypothèse "d'une self-induction gravitationnelle" du photon et à la suite de calculs beaucoup plus complexes : $\nu = \nu_0 (1 - \alpha t)$ où la constante α n'est pas déterminée mais serait liée à la nature gravitationnelle particulière du photon.

Tout comme pour le décalage spectral gravitationnel (effet EINSTEIN)³⁶, le redshift cosmologique peut encore être présenté comme un décalage spectral gravitationnel des photons dû au potentiel de gravitation V_U :

un photon de fréquence ν' , émis en S', est assimilé à une particule de masse $m = h\nu'/c^2$ (h étant la constante de PLANCK) soumise à une force de module $F = m H c$ dérivant du potentiel scalaire V_U donné par (4). En écrivant que pour arriver en S, le photon doit céder une énergie $h \Delta\nu = h\nu' - h\nu$ égale au travail de la force F sur son trajet de S' à S, on obtient l'expression du redshift cosmologique, soit, en remplaçant F par son expression :

$$l_0 + c(t - t_0) \int_{l_0}^{\cdot} \frac{h\nu'}{c^2} H c dl = h \Delta\nu \quad (19)$$

Après intégration on obtient :

$$\Delta\nu = \nu' H (t - t_0) \quad (20)$$

Comme $\Delta\nu = \nu' - \nu$, la relation (20) s'identifie à la relation (15), soit :

$$\nu = \nu' \{ 1 - H (t - t_0) \}$$

33. J. P. MBELEK, *Ankh* n°1, *op. cit.*, pp. 96-100.

34. M. J. GELLER et P. J. E. PEEBLES, *The Astrophysical Journal*, 174, 1972, pp. 1-5.

35. S. MAVRIDES, *op. cit.*, pp. 239-242.

36. L. GOUGUENHEIM, *Méthodes de l'astrophysique — Comment connaître et comprendre l'univers*, Paris, Hachette, 1981, pp. 47-48.

III.1.4. Le graviton scalaire

Les équations d'EINSTEIN, équations de la théorie relativiste du champ de gravitation, traduisent l'idée que les propriétés géométriques de l'espace-temps (représentées par les potentiels de gravitation, composantes du tenseur métrique) sont déterminées par son contenu matériel (représenté par les composantes du tenseur impulsion-énergie).

Cependant, on peut noter la nature scalaire des *équations des cosmologies* (deux équations reliant entre elles des grandeurs scalaires dont une seule est à déterminer : le facteur d'échelle) établies pour les modèles FRW, à partir des équations d'EINSTEIN et du principe cosmologique.

Ce caractère scalaire des équations des cosmologies ne suggérerait-il pas, en complément au caractère tensoriel habituel du champ gravitationnel prédominant à petite échelle, l'existence d'un champ gravitationnel scalaire³⁷, prédominant à grande échelle ?

Sur le plan conceptuel, un des avantages que l'on tirerait en postulant l'existence d'un champ scalaire dominant à grande échelle, est d'éviter la contradiction avec les observations faites à grande échelle sur la distribution de la matière baryonique (matière visible), puisque l'on ferait alors l'économie du principe cosmologique.

Ainsi de la même manière que le caractère tensoriel de la gravitation est dû à une distribution spatio-temporelle de matière-énergie, le phénomène d'expansion de l'Univers ne serait que la manifestation de l'existence d'un caractère scalaire de la gravitation. Alors que l'intensité du champ de gravitation tensoriel domine à petite échelle, celle du champ scalaire deviendrait progressivement dominante à grande échelle. A l'instar du graviton de spin deux (graviton tensoriel) associé au champ tensoriel de gravitation, on associe un graviton de spin zéro ou graviton scalaire au champ scalaire de gravitation.

D'autre part, le principe d'équivalence pose l'égalité de la *masse grave* et de la *masse inerte*, toutes deux grandeurs scalaires. Or, la masse grave correspond à la charge associée au champ de gravitation. Cependant, aucune théorie physique actuelle ne permet de déduire les masses des particules élémentaires à partir des seules constantes fondamentales de la nature. Mais, à partir de la chromodynamique quantique ou de la théorie électrofaible, on peut calculer la vie moyenne d'une particule élémentaire en fonction de sa masse et des constantes fondamentales. Par conséquent, si la possibilité de déduire les masses des particules élémentaires à partir des seules constantes fondamentales est physiquement fondée, il doit

37. Divers auteurs ont déjà émis l'idée de l'existence d'un champ de gravitation scalaire (véhiculé par une particule de spin 0 : le graviton scalaire) dont : T. de DONDER en 1947, A. LICHNEROWICZ au début des années soixantes, J. -C. PECKER en 1972 (J. -C. PECKER, *C.R. Acad. Sc.*, Paris, t. 274 (13 mars 1972), Série B - pp. 765 -768). Les deux premiers auteurs sont cités in O. COSTA de BEAUREGARD, *La notion de temps – Équivalence avec l'espace*, Paris, Hermann, 1963, p. 196 : "Il a souvent paru tentant aux théoriciens, et notamment à Th. de DONDER de rattacher le fait expérimental de l'expansion de l'Univers, ou effet HUBBLE, à une émission de gravitons libres" [...] "LICHNEROWICZ propose des formules pour un graviton ayant soit les spins 2 et 0 [...] soit le seul spin 2 [...]. Il est remarquable que les formules concernant le premier cas soient de beaucoup les plus simples ; si la Nature les préfère elle aussi (ce qui, pour diverses raisons, semble vraisemblable), alors il suit de la théorie de LICHNEROWICZ la formule $\delta R = \mu \delta g$ ($R \equiv g^{ij} R_{ij}$) impliquant une relation directe entre la variation de la courbure scalaire de l'espace temps et la présence de gravitons libres. Il y a peut-être là une promesse concrète de donner corps à l'idée de Th. de DONDER, encore qu'une discussion s'impose sur le signe de la valeur moyenne de δg ."

exister une nouvelle théorie³⁸, fondée sur la quantification du champ scalaire de gravitation, permettant de déterminer indépendamment et différemment ces vies moyennes³⁹. En effet, suivant le mécanisme de HIGGS, un champ scalaire est nécessaire pour que, par brisure spontanée de symétrie, une particule puisse acquérir de la masse. Enfin, notons le grand intérêt accordé par l'Astrophysique des Particules⁴⁰ en plein essor, aux champs scalaires dont l'*inflaton*⁴¹.

III.2. Équations de la théorie gravitationnelle à deux composantes

Afin d'éviter toute confusion, soulignons d'abord les différences essentielles qui distinguent la théorie proposée ici et ce qu'on a pris l'habitude d'appeler "les cosmologies alternatives":

1°) A la différence des théories du vieillissement de la lumière (TVL), l'Univers que nous considérons n'est pas statique mais en expansion. Notre approche s'appuie fermement sur la RG et s'applique à différents domaines de la physique outre la cosmologie.

2°) Les théories métriques de type BRANS-DICKE⁴², JORDAN⁴³, BARKER⁴⁴ ou JORDAN-THIRY⁴⁵ bien qu'elles introduisent un champ scalaire dans les équations du champ de gravitation se présentent cependant comme des généralisations de la RG avec une constante de gravitation variable en fonction du temps (cas des deux premières) ou dans une variété pentadimensionnelle (cas de la dernière). Par ailleurs, les théories de BRANS-DICKE et de JORDAN nécessitent un taux de variation de G en désaccord avec l'expérience (cf. § IV.3.2). De plus, la théorie de BRANS-DICKE introduit un paramètre ajustable ω (on retrouve la RG pour $\omega \rightarrow \infty$). Nous ne retenons essentiellement de ces théories que, l'idée de transformation conforme, comme un outil mathématique permettant de relier le champ scalaire à la métrique. Par ailleurs, notre approche ne remet pas en cause la validité des équations d'EINSTEIN. En effet, dans notre conception, le champ scalaire de gravitation est nécessaire pour accorder la RG avec le fait expérimental qu'est l'expansion de l'Univers.

Dans le paragraphe III.2.1., nous définissons la métrique du champ de gravitation à deux composantes. Dans le paragraphe III.2.2., nous donnons les expressions des grandeurs associés à la géométrie de l'espace-temps. Dans les paragraphes III.2.3., nous établissons l'équation de mouvement des corps d'épreuve dans un univers non statique à partir du principe des géodésiques et déduisons, pour les photons, une expression traduisant le redshift cosmologique. Dans les paragraphes III.2.4. et III.2.5., nous dérivons les équations

38. Cette nouvelle théorie, dans sa forme achevée, sera nécessairement une théorie microscopique du champ de gravitation à cause du principe d'équivalence de la masse grave (charge de gravitation) et de la masse inerte (propriété intrinsèque des particules élémentaires).

39. De l'égalité des formules de vies moyennes données respectivement par la nouvelle théorie et la chromodynamique quantique ou la théorie électrofaible, on déduirait alors l'expression des masses des particules élémentaires à partir des seules constantes fondamentales.

40. G. FONTAINE, J. TRÂN THANH VÂN (éditeurs), *Particle Astrophysics*, Gif-sur-Yvette, Éditions Frontières, 1993.

41. A.D. DOLGOV, M.V. SAZHIN, Ya.B. ZELDOVICH, *Basics of Modern Cosmology*, Gif-sur-Yvette, Éditions Frontières, 1990, pp. 119-140.

42. C. BRANS, R. H. DICKE, *Physical Review*, 124, 1961, pp. 925-935.

43. P. JORDAN, *Zeitschrift für Physik*, 157, 1959, p. 112.

44. B. M. BARKER, *The Astrophysical Journal*, 219, 1978, pp. 5-11.

45. Y. THIRY, in *Les théories relativistes de la gravitation*, *Colloques internationaux du CNRS*, Royaumont (21-27 Juin 1959), Éditions du CNRS, Paris, 1962, pp. 285 - 291.

des cosmologies et les équations des champs de gravitation locaux⁴⁶ à partir de la même métrique générale⁴⁷ qui, de plus, présente l'avantage de faire jouer, selon l'exigence relativiste de covariance, le même rôle aux coordonnées spatiales et temporelle.

Pour cela nous admettons :

a- l'existence (en plus du champ tensoriel habituel de la RG) d'un champ scalaire de gravitation, cause de l'expansion de l'Univers,

b- la validité des équations d'EINSTEIN, en tant qu'équations générales du champ de gravitation à l'échelle macroscopique.

III.2.1. Métrique du champ de gravitation à deux composantes

Comme dans le cadre habituel de la RG, la métrique est définie dans une variété quadridimensionnelle par :

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad (21)$$

où les composantes covariantes du tenseur métrique, solutions des équations d'EINSTEIN, sont symétriques et s'écrivent sous la forme : $g_{ij} = g_{ij}(\gamma_{kl}, h) = g_{ij}(x^k(\tau), h)$

où :

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ij}(x^k(\tau)) = g_{ij}(x^k(\tau), 0)$$

γ_{ij} = composantes covariantes associées au champ tensoriel de gravitation seul

$h = h(x^k(\tau))$ est associé au champ scalaire de gravitation

avec $h(x^k(\tau_0)) = 0$, condition initiale arbitraire et $\tau = \frac{s}{c}$ = temps propre de l'observateur.

A partir du champ scalaire h on définit le facteur d'échelle $R = R(\tau)$ et le paramètre de HUBBLE $H = H(\tau)$

$$R = R(\tau_0) \sqrt{1 + h} \quad H = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau} \quad (22)$$

Dans le cas du problème cosmologique, on montre que⁴⁸ :

$$g_{ij} = (1 + h) \gamma_{ij}(x^k) \quad (23)$$

la métrique (21) prend alors la forme :

$$ds^2 = (1 + h) \gamma_{ij}(x^k) dx^i dx^j \quad (24)$$

46. Par l'expression "champ de gravitation local", nous entendons un champ de gravitation dont les composantes dépendent du point de l'espace considéré.

47. La pratique "relativiste" habituelle distingue deux types de métriques : celles qui sont adaptées pour l'étude de la gravitation à petite échelle (comme la métrique de SCHWARZSCHILD) de celles qui le sont à grande échelle (comme la métrique de ROBERTSON-WALKER). Considérant ce qu'il advient à la frontière des galaxies, il se pose alors le problème du raccordement de ces deux types de métriques : par exemple, comment raccorder les métriques de SCHWARZSCHILD et de ROBERTSON-WALKER ?

48. J.P. MBELEK, *Interaction entre photons et gravitons — incomplétude des équations de l'électrodynamique et de la gravitation*, op. cit., p. 18.

On passe donc de la métrique (24) à la métrique (21) par la transformation conforme :

$$\gamma_{ij}(x^k(\tau)) \rightarrow (1 + h) \gamma_{ij}(x^k(\tau))$$

qui implique le champ h et traduit la dilatation des longueurs ainsi que l'allongement des durées (ralentissement des horloges) du fait de l'expansion de l'Univers. Cette transformation

conforme est caractérisée par le fait que l'élément de ligne $d\sigma = \sqrt{\gamma_{ij} dx^i dx^j}$ est, comme ds , un invariant de l'espace-temps. Cette dernière propriété traduit l'effet, à grande échelle, de l'expansion de l'Univers sur la métrique de l'espace-temps. En effet, l'expérience montre que l'Univers ne tourne pas⁴⁹, ce qui implique que son expansion conserve les angles. De ce fait, la métrique (24) est l'expression générale des métriques adaptées à la résolution du problème cosmologique.

Si on pose $h = 0$, c'est-à-dire si on fait abstraction du champ scalaire de gravitation, la métrique (21) se réduit à :

$$ds^2 = \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad (25)$$

On passe donc de la métrique (25) à la métrique (21) par la transformation :

$$\gamma_{ij}(x^k(\tau)) \rightarrow g_{ij}(\gamma_{pq}(x^k(\tau)), h) = g_{ij}(x^k(\tau), h) \quad (26)$$

qui introduit une dépendance explicite du tenseur métrique en fonction d'un paramètre supplémentaire, le champ scalaire de gravitation h . Cette transformation (26) traduit l'influence de l'expansion de l'Univers sur les champs de gravitation locaux. Or, le principe de relativité générale veut que les lois de la physique soient invariantes par rapport à toute transformation de coordonnées (continue et différentiable). Ayant postulé l'existence d'un champ scalaire de gravitation cause de l'expansion de l'Univers et susceptible d'influencer les champs de gravitation locaux alors, pour assurer la covariance des lois physiques, il est nécessaire que ces lois soient également invariantes sous la transformation générale (26). Dans la mesure où les composantes du tenseur métrique sont des fonctions continues et continuellement dérivables du champ h , on aura donc de façon générale :

$$g_{ij}(x^k(\tau), h) = \gamma_{ij}(x^k(\tau)) + \kappa_{ij}(x^k(\tau), h) h \quad (27)$$

avec $\kappa_{ij} = \kappa_{ji}$, composantes covariantes d'un tenseur symétrique qui caractérise le couplage des champs γ_{ij} et h .

Pour que le couplage des champs h et γ_{ij} conserve les angles (cas d'un univers en expansion homogène et isotrope, par exemple), il suffit que :

$$\kappa_{ij}(x^k(\tau), h) = K(r, t) \gamma_{ij}(x^k(\tau)) \quad (28-a)$$

où $K = K(r, t)$ désigne une fonction de la distance euclidienne r et du temps t . Lorsque l'on considère l'Univers dans sa totalité, la fonction K peut être résorbée dans l'expression du champ scalaire h (ce qui revient à poser $K = 1$) et la relation (28-a) s'écrit alors tout simplement :

$$\kappa_{ij}(x^k(\tau), h) = \gamma_{ij}(x^k(\tau)) \quad (28-b)$$

49. G. FONTAINE, J. TRÂN THANH VÂN (éditeurs), *op. cit.*, p. 421, 1993.

Pour un faible champ scalaire de gravitation, on a au premier ordre :

$\kappa_{ij}^k(x^k(\tau), h) = K_{ij}^k(x^k(\tau))$, la relation (27) s'écrit alors :

$$g_{ij}^k(x^k(\tau), h) = \gamma_{ij}^k(x^k(\tau)) + K_{ij}^k(x^k(\tau)) h \quad (29-a)$$

et en particulier :

$$g_{00}^k(x^k(\tau), h) = \gamma_{00}^k(x^k(\tau)) + K_{00}^k(x^k(\tau)) h \quad (29-b)$$

III.2.2. Géométrie de l'espace-temps

Tout comme en RG usuelle, dans un champ de gravitation à deux composantes, les g_{ij} déterminent toutes les propriétés de la géométrie du système de coordonnées choisi. On définit alors :

– les symboles de CHRISTOFFEL de seconde espèce :

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{kl} (\partial_j g_{li} + \partial_i g_{lj} - \partial_l g_{ij})$$

– les composantes covariantes du tenseur de RICCI :

$$R_{ij} = \partial_k \Gamma_{ij}^k - \partial_j \Gamma_{ik}^k + \Gamma_{pk}^k \Gamma_{ij}^p - \Gamma_{ik}^p \Gamma_{pj}^k$$

– la courbure scalaire : $R_i^i = g^{ij} R_{ij}$

– les composantes covariantes du tenseur d'EINSTEIN : $S_{ij} = R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R_i^i$

$$\text{soit : } \{i j\} = \frac{1}{2} \gamma^{kl} (\partial_j \gamma_{li} + \partial_i \gamma_{lj} - \partial_l \gamma_{ij})$$

Si l'on fait abstraction du champ scalaire ($h(x^k) = 0$) on a : $\Gamma_{ij}^k = \{i j\}^k$

III.2.3. Loi de mouvement dans un univers en expansion

III.2.3.1. L'équation des géodésiques

L'équation des géodésiques, équation de mouvement des corps d'épreuve dans un champ de gravitation s'écrit :

$$\frac{d^2 x^k}{ds^2} + \Gamma_{ij}^k \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0$$

et se déduit du principe des géodésiques (principe de moindre action)⁵⁰ : $-mc \int ds = 0$, où m désigne la masse propre du corps d'épreuve.

50. L. LANDAU, E. LIFCHITZ, *op. cit.*, pp. 323-327.

De l'expression des composantes covariantes du tenseur métrique g_{ij} , on déduit, dans le cas d'une expansion uniforme, celle des composantes contravariantes g^{ij} ainsi que celle des symboles de CHRISTOFFEL de seconde espèce Γ_{ij}^k :

$$g_{ij} = (1 + h) \gamma_{ij} \quad g^{ij} = \frac{1}{1 + h} \gamma^{ij} \quad \gamma^{kl} \gamma_{ij} = g^{kl} g_{ij}$$

$$\Gamma_{ij}^k = \{i \ j\}^k + \frac{1}{2} \frac{1}{1 + h} [\delta_i^k \partial_j h + \delta_j^k \partial_i h - g^{kl} g_{ij} \partial_l h]$$

et compte tenu de (21), des égalités :

$$\frac{\partial h}{\partial x^p} \frac{dx^p}{ds} = \frac{dh}{ds} \quad g^{kl} \frac{\partial h}{\partial x^l} = g^{kl} \frac{\partial s}{\partial x^l} \frac{dh}{ds} = \frac{dh}{ds} \frac{dx^k}{ds}$$

ainsi que de la relation de définition du paramètre de HUBBLE H , on obtient la forme suivante de l'équation des géodésiques :

$$\frac{d^2 x^k}{ds^2} + \{i \ j\}^k \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} + \frac{H}{c} \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (30)$$

Soient η_{ij} les composantes covariantes du tenseur métrique de MINKOWSKI ; à très grande échelle, c'est-à-dire en l'absence de matière-énergie autre que le champ scalaire de gravitation,

on a : $\gamma_{ij} \rightarrow \eta_{ij}^k$ et $\{i \ j\}^k \rightarrow 0$

et la relation (30) devient alors :

$$\frac{du^j}{ds} = - \frac{R'}{R} u^j \quad (31-a)$$

soit, avec les composantes covariantes :

$$\frac{du_j}{ds} = \frac{R'}{R} u_j \quad (31-b)$$

où on a exprimé les composantes de la quadrivitesse $u^i = \frac{dx^i}{ds}$ et $u_i = \frac{dx_i}{ds}$

III.2.3.2. *Le redshift cosmologique*

La relation (30) peut encore s'écrire, en fonction des composantes contravariantes $p^i = mc u^i$ de la quadri-impulsion du corps d'épreuve :

$$d(R p^k) = - R \{i \ j\}^k u^i p^j ds \quad (32-a)$$

Dans le cas des photons, on a de plus $ds = 0$ et de l'équation (32-a), on déduit alors l'intégrale première (redshift cosmologique) :

$$R p^k = \text{constante de mouvement} \quad (32-b)$$

III.2.4. Effet du champ scalaire de gravitation sur un espace-temps de Minkowski

III.2.4.1. Expression du tenseur d'Einstein

A très grande échelle, on a : $\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} \frac{1}{1+h} [\delta_i^k \partial_j h + \delta_j^k \partial_i h - \eta^{kl} \eta_{ij} \partial_l h]$

et des relations de définition données au § III.2.2., on déduit alors :

$$R_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\partial_i h \partial_j h}{(1+h)^2} - \frac{\partial_i \partial_j h + \frac{1}{2} \eta_{ij} \eta^{kl} \partial_k \partial_l h}{1+h} \quad (33)$$

$$R_l^1 = \frac{3}{2(1+h)^3} \eta^{kl} \partial_k h \partial_l h - \frac{3}{(1+h)^2} \eta^{kl} \partial_k \partial_l h \quad (34)$$

$$S_{ij} = \frac{3}{4} \frac{2 \partial_i h \partial_j h - g_{ij} \partial^l h \partial_l h}{(1+h)^2} + \frac{g_{ij} \partial^l \partial_l h - \partial_i \partial_j h}{1+h} \quad (35)$$

III.2.4.2. Équations des cosmologies

Pour le problème cosmologique, le caractère scalaire du champ $h = h(x^k(\tau))$ traduit les propriétés expérimentales d'homogénéité et d'isotropie de l'expansion de l'Univers à très grande échelle. De la relation (35), il vient :

$$S_{ij} = 2 \left[\left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{R''}{R} \right] u_i u_j - \left[- \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - 2 \frac{R''}{R} \right] g_{ij} \quad (36)$$

compte tenu de ce que :

$$u_i = \frac{\partial s}{\partial x^i}, \quad \partial_k h = \frac{dh}{ds} \frac{\partial s}{\partial x^k} = \frac{dh}{ds} u_k, \quad \partial_k \partial_l h = \frac{d^2 h}{ds^2} u_k u_l + \frac{dh}{ds} \partial_k u_l$$

$$\partial_i u_j = \frac{R'}{R} u_i u_j, \quad \partial^l u_l = \frac{R'}{R}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{1}{2} \frac{1}{1+h} \frac{dh}{ds}, \quad - \frac{R''}{R} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1+h} \frac{dh}{ds} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{1+h} \frac{d^2 h}{ds^2}$$

Les équations d'EINSTEIN s'écrivent : $S_{ij} = \frac{8\pi}{c} T_{ij}$

où les T_{ij} désignent les composantes du tenseur impulsion-énergie.

Par conséquent, d'après les équations d'EINSTEIN et l'expression des S_{ij} donnés par la relation (36), pour le problème cosmologique, les composantes du tenseur impulsion-énergie sont de la forme :

$$T_{ij} = (P + \rho c^2) u_i u_j - P g_{ij} \quad (37)$$

$$\text{avec :} \quad -\frac{8\pi G}{c^4} P = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + 2 \frac{R''}{R} \quad (38-a)$$

$$\text{et} \quad \frac{8\pi G}{3c^2} \rho = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 \quad (38-b)$$

Les composantes T_{ij} du tenseur impulsion-énergie données par l'expression (37) sont identiques à celles du tenseur impulsion-énergie d'un fluide parfait de pression P et de masse volumique ρ variables en fonction du temps. C'est pour cette raison que, par abus de langage, il nous paraît justifié de parler de *fluide cosmique* à propos du comportement de l'Univers à très grande échelle. Notons que, dans les modèles FRW, cette forme du tenseur T_{ij} est posée par hypothèse.

La relation (38-b) s'écrit plus simplement : $\Omega = 1$ (39)

avec $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = \text{paramètre de densité}$ et $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = \text{densité critique.}$

Les équations (38-a) et (38-b) sont identiques aux équations des cosmologies du modèle FRW de courbure nulle ($k = 0$).

III.2.5. Effet du champ scalaire de gravitation sur un espace-temps de courbure non nulle

III.2.5.1. Expression du tenseur d'Einstein

A grande échelle et en présence de matière-énergie, l'espace-temps est courbe. Le tenseur métrique s'écrit $g_{ij} = (1 + h) \gamma_{ij}$ et les composantes du tenseur de RICCI R_{ij} sont reliées aux R°_{ij} par la relation⁵¹ :

$$\begin{aligned} R_{ij} = R^\circ_{ij} - 2 \partial_i \left(\frac{R'}{R} u_j \right) - 2 g_{ij} g^{kl} \partial_k \left(\frac{R'}{R} u_l \right) \\ + 2 \left(\frac{R'}{R} \right)^2 u_i u_j - 2 g_{ij} g^{kl} \left(\frac{R'}{R} \right)^2 u_k u_l \end{aligned} \quad (40)$$

où :

$$R^\circ_{ij} = \partial_k \{ \begin{smallmatrix} k \\ i \ j \end{smallmatrix} \} - \partial_j \{ \begin{smallmatrix} k \\ i \ k \end{smallmatrix} \} + \{ \begin{smallmatrix} k \\ p \ k \end{smallmatrix} \} \{ \begin{smallmatrix} p \\ i \ j \end{smallmatrix} \} - \{ \begin{smallmatrix} p \\ i \ k \end{smallmatrix} \} \{ \begin{smallmatrix} k \\ p \ j \end{smallmatrix} \}$$

$$R^\circ_i{}^i = \gamma^{ij} R^\circ_{ij}$$

$$S^\circ_{ij} = R^\circ_{ij} - \frac{1}{2} \gamma_{ij} R^\circ_l{}^l$$

⁵¹ R. M. WALD, " *Conformal Transformations* ", *General Relativity*, Chicago, The University of Chicago Press, 1984, Appendice D, pp. 445-449.

Par conséquent, compte tenu de ce que :

$$\partial_k \left(\frac{R'}{R} u_l \right) = \frac{R'}{R} \partial_k u_l + \left(\frac{R''}{R} - \left(\frac{R'}{R} \right)^2 \right) u_k u_l$$

$$d\sigma = \sqrt{\gamma_{ij} dx^i dx^j}$$

$$\frac{du_j}{ds} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^j} u^k u^l \quad (\text{cf. L. LANDAU et E. LIFCHITZ, Théorie des champs, op. cit., p. 324}),$$

$$\begin{aligned} \text{il vient :} \quad R_{ij} &= R^\circ_{ij} - 2 \left[- \left(\frac{R'}{R} \right)^2 + \frac{R''}{R} + \frac{1}{2} \frac{R'}{R} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \right] u_i u_j \\ &\quad - \left[\left(\frac{R'}{R} \right)^2 + \frac{R''}{R} + \frac{1}{2} \frac{R'}{R} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \right] g_{ij} \end{aligned} \quad (41)$$

$$R = \frac{R^\circ}{1+h} - \left[2 \left(\frac{R'}{R} \right)^2 + 6 \frac{R''}{R} + 3 \frac{R'}{R} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \right] \quad (42)$$

On déduit l'expression suivante du tenseur d'EINSTEIN :

$$\begin{aligned} S_{ij} &= S^\circ_{ij} + 2 \left[\left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \frac{R''}{R} - \frac{1}{2} \frac{R'}{R} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \right] u_i u_j \\ &\quad - \left[- \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - 2 \frac{R''}{R} - \frac{R'}{R} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \right] g_{ij} \end{aligned} \quad (43)$$

III.2.5.2. Équations du champ de gravitation à deux composantes

Les équations d'EINSTEIN s'écrivent,

- pour le champ de gravitation tensoriel pur :

$$S^\circ_{ij} = \frac{8 \pi G}{c^4} T^\circ_{ij} \quad (44)$$

- pour le champ de gravitation à deux composantes :

$$S_{ij} = \frac{8 \pi G}{c^4} T_{ij} \quad (45)$$

avec

$$T_{ij} = T^\circ_{ij} + (P + \rho c^2) u_i u_j - P g_{ij} \quad (46)$$

où P et ρ désignent respectivement la pression et la masse volumique du fluide cosmique (cf. § III.2.4.2.), T°_{ij} les composantes covariantes du tenseur impulsion-énergie associé à la matière-énergie autre que le champ scalaire de gravitation.

III.2.5.3. Équations des cosmologies

En reportant (43) et (46) dans les équations d'EINSTEIN (45), on déduit les équations des cosmologies :

$$-\frac{8\pi G}{c^4} P = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + 2\frac{R''}{R} + \frac{k}{R^2} - \Lambda \quad (47)$$

$$\frac{8\pi G}{3c^2} \rho = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + \frac{k}{R^2} - \frac{\Lambda}{3} \quad (48)$$

où

$$k = -\frac{1}{2} \frac{H}{c} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} \frac{dx^k}{d\sigma} \frac{dx^l}{d\sigma} R(\tau_0)^2 \quad (49)$$

et

$$\Lambda = -\frac{3}{2} \frac{H}{c} \frac{d\gamma_{kl}}{d\sigma} u^k u^l \quad (50)$$

Les équations (47) et (48) sont formellement identiques aux équations des cosmologies du modèle de LEMAÎTRE-FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER (LFRW) de courbure k et de constante cosmologique Λ . Ces équations déterminent donc univoquement, à l'échelle macroscopique, la géométrie de l'Univers, quelles que soient les conditions initiales. On remarque une dépendance explicite du paramètre de courbure, k , en fonction du paramètre de HUBBLE H qui décroît avec le temps et tend asymptotiquement vers zéro. De ce fait, le problème de la platitude (ou de la courbure)⁵² rencontré dans les modèles LFRW qui ne s'y résoud qu'en postulant une phase d'inflation⁵³ primordiale, ne se pose pas ici.

III.2.6. Les potentiels de gravitation

Comme il est d'usage en RG, dans l'approximation des faibles vitesses et des champs faibles, on associe à la composante g_{00} un potentiel scalaire V par la relation :

$$g_{00} = 1 + 2\frac{V}{c^2} \quad (51-a)$$

Comme le potentiel V doit s'identifier au potentiel newtonien V_N en l'absence du champ scalaire de gravitation h , il s'en suit que γ_{00} et V_N sont reliés par la relation :

$$\gamma_{00} = 1 + 2\frac{V_N}{c^2} \quad (51-b)$$

Des relations (29-b), (51-a) et (51-b), il vient : $V = V_N + V_U$ (52)

52. E. ELBAZ, *Cosmologie*, Paris, Ellipses, 1992, pp. 5-6 :

" Le modèle inflationnaire permet donc de résoudre le problème de la platitude mais également celui de l'horizon car deux régions diamétralement opposées de notre Univers Actuel pouvaient être en contact causal avant l'ère inflationnaire. Seul le problème de l'inhomogénéité de la distribution de matière reste sans solution".

53. A. H. GUTH, "Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems", *Physical Review D*, 23, n° 2, 1981, pp. 347-356.

où V_U désigne le potentiel associé au champ scalaire de gravitation h par la relation de définition :

$$V_U = K_{00} \frac{h c^2}{2} \quad (53-a)$$

Pour un domaine de l'Univers (D) en expansion uniforme (expansion homogène et isotrope), (53-a) s'écrit :

$$V_U = K \frac{h c^2}{2} \quad (53-b)$$

où K est une constante que l'on détermine alors en écrivant la continuité du champ h et de ses dérivées premières à la frontière du domaine (D).

Les potentiels de gravitation se déterminent à partir de la résolution des équations d'EINSTEIN (45) et de la donnée du tenseur énergie-impulsion. Dans l'approximation considérée, les potentiels se déduisent des équations suivantes :

$$R_0^0 = \frac{4 \pi G}{c^2} (\rho^\circ + \rho) \quad (54)$$

$$R_0^0 = \frac{1}{c^2} \left\{ \Delta V - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right\} \quad (55)$$

$$\Delta V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 4 \pi G (\rho^\circ + \rho) \quad (56)$$

où $\rho = \rho(t)$ et $\rho^\circ = \rho^\circ(r)$ désignent respectivement la masse volumique du fluide cosmologique et celle du milieu matériel source du potentiel newtonien V_N . Du fait de la différence de nature et de l'indépendance des variables dont dépendent les termes sources ρ et ρ° , il est donc légitime de chercher les solutions de (56) sous la forme $V = V_N + V_U$ avec $V_N = V_N(r)$ et $V_U = V_U(t)$. Par conséquent, l'équation (56) peut encore s'écrire⁵⁴ :

$$\Delta V_N - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V_U}{\partial t^2} = 4 \pi G (\rho^\circ + \rho) \quad (57)$$

Compte tenu de sa très faible valeur ($\sim 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ actuellement), on néglige ρ devant ρ° dans l'équation (57). L'équation (57) se découple alors en les deux suivantes,

l'équation de POISSON : $\Delta V_N = 4 \pi G \rho^\circ(r) \quad (58)$

et la suivante non prise en compte par la gravitation newtonienne : $\frac{d^2 V_U}{dt^2} = 0 \quad (59)$

La solution de symétrie sphérique de (58) est le potentiel newtonien. La solution de (59) est de la forme $V_U = a(t - t_i)$ où a est une constante et $V_U(t_i) = 0$ est une condition initiale.

⁵⁴ ici Δ désigne l'opérateur de LAPLACE ou laplacien.

L'approximation de la gravitation newtonienne revient à postuler la nullité de la constante a et donc à poser $V_U = 0$. On montre au paragraphe suivant que $a = H(t_1) c^2$, où $H(t_1)$ désigne le paramètre de HUBBLE à l'instant t_1 . Par conséquent, dans l'approximation de la gravitation newtonienne l'Univers est bien supposé statique.

III.2.7. Le redshift cosmologique vu comme un effet EINSTEIN

Loin des masses on a :

$$V = V_U = a (t - t_1) \quad (60)$$

En combinant (60) avec les relations (10) et (11) du § III.1.2., il vient :

$$dt = \sqrt{1 + \frac{2 a (t - t_1)}{c^2}} dt' \quad (61)$$

En combinant (61) avec la relation (14) du § III.1.2., il vient :

$$v = \frac{v(t_1)}{\sqrt{1 + \frac{2 a (t - t_1)}{c^2}}} \quad (62)$$

C'est la formule du redshift cosmologique, que l'on peut réécrire :

$$v = \frac{R(t_1)}{R(t)} v(t_1) \quad (63)$$

où l'on reconnaît le facteur d'échelle R dont l'expression est alors donnée par :

$$R(t) = R(t_1) \sqrt{1 + \frac{2 a (t - t_1)}{c^2}} \quad (64)$$

La constante a se détermine à partir de (64), en considérant la relation définissant le paramètre de HUBBLE à l'instant t_1 ; on obtient : $a = H(t_1) c^2$, que l'on reporte dans les expressions (60) et (64).

Il vient alors :

$$V = V_U = H(t_1) c^2 (t - t_1) \quad (65) \quad R(t) = R(t_1) \sqrt{1 + 2 H(t_1) (t - t_1)} \quad (66)$$

des expressions (22 - § III.2.1.) de $R(t)$ et (66), on déduit respectivement par identification et dérivation :

$$h = 2 H(t_i) (t - t_i) \quad (67) \quad H(t) = \frac{H(t_i)}{1 + 2 H(t_i) (t - t_i)} \quad (68)$$

Les relations (65) et (67) montrent que pour une expansion uniforme, $K_{00} = 1$.

Par ailleurs, l'expression (65) s'identifie à (4) du § III.1.1.1. pour $H \approx H(t_0) \approx H(t_i)$, dans le cas des faibles redshifts ($z \ll 1$).

Dans le cas général où $V = V_N + V_U$ la loi de variation des fréquences est donnée par :

$$v = \frac{v(t_i)}{\sqrt{1 + \frac{2(\Delta V_N + \Delta V_U)}{c^2}}} \quad (69)$$

A l'extérieur⁵⁵ d'une distribution de matière de masse M , la relation (69) peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes équivalentes suivantes :

$$v = \frac{v(t_i)}{\sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2} \left(\frac{1}{r(t_i)} - \frac{1}{r(t)} \right)}} \frac{1}{\sqrt{1 + 2H_{app}(t_i)(t - t_i)}} \quad (70)$$

$$v = \frac{v(t_i)}{\sqrt{1 + 2H(t_i)(t - t_i)}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2GM_{app}}{c^2} \left(\frac{1}{r(t_i)} - \frac{1}{r(t)} \right)}} \quad (71)$$

où l'on a posé :

$$H_{app}(t_i) = \frac{H(t_i)}{1 + \frac{2GM}{c^2} \left(\frac{1}{r(t_i)} - \frac{1}{r(t)} \right)} \quad (72)$$

$$M_{app} = \frac{M}{1 + 2H(t_i)(t - t_i)} \quad (73)$$

La forme (70) de la relation (69) traduit le phénomène de distorsion du flot de HUBBLE dû à la présence de grandes concentrations de matière comme le grand attracteur.

En l'absence de tout champ autre que le champ de gravitation, pour une distribution de masse de symétrie sphérique, dans l'approximation des champs faibles et des faibles vitesses, l'équation de mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \vec{\nabla} V = - \frac{GM}{r^2} \vec{u}_r - H(t_i) c^2 \vec{\nabla} t \quad (74)$$

équation identique à (7) du § III.1.1.1. pour $H \approx H(t_0) \approx H(t_i)$ (cas des faibles redshifts).

⁵⁵ A l'intérieur d'une distribution volumique de matière, le calcul des variations ΔV_N du potentiel newtonien se fait comme d'habitude par intégration sur le volume.

IV. Effets de l'expansion dans une galaxie

IV.1. L'expansion de l'Univers

On se propose de retrouver, à partir de l'expression du potentiel scalaire de gravitation V_U associé à l'expansion de l'Univers, la relation liant la vitesse radiale, $\frac{dr}{dt}$, d'un corps d'épreuve à sa position, r , sur la ligne de visée de l'observateur : on néglige la vitesse particulière de ce corps devant la vitesse radiale elle-même supposée très petite devant la vitesse, c , de la lumière (cas de faibles redshifts cosmologiques, $z \ll 1$).

Loin de l'observateur, les équations (8 - § III) ou (9 - § III) se réduisent à :

$$\frac{d^2r}{dt^2} = - H^2 c^2 \frac{dt}{dr} \quad (1)$$

A partir des équations (8 ou 9 - § III), l'équation (1) s'obtient également en écrivant l'égalité des intensités des accélérations centrifuge $\frac{v^2}{r}$ et newtonienne $\frac{GM}{r^2}$, soit $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$. Cette équation différentielle se ramène à la suivante :

$$\left\{ \frac{dr}{dt} \right\}^2 = - 2 H(t_i) (t - t_i) + \left[\left\{ \frac{dr}{dt} \right\}^2 \right]_{t=t_i} \quad (2)$$

dont une solution, avec la condition initiale $\left[\left\{ \frac{dr}{dt} \right\} \right]_{t=t_i} = c$, s'écrit :

$$\frac{dr}{dt} = c \sqrt{1 - 2 H(t_i) (t - t_i)} \quad (3)$$

Pour de faibles redshifts cosmologiques, l'équation (3) peut encore s'écrire :

$$\frac{dr}{dt} = \frac{c}{H(t_i)} \frac{H(t_i)}{\sqrt{1 + 2 H(t_i) (t - t_i)}}$$

d'où, compte tenu des relations (67) et (68) du § III.2.7 :

$$\frac{dr}{dt} = H r \quad \text{avec} \quad r = r(t_i) \frac{R(t)}{R(t_i)}$$

IV.2. Relation de TULLY-FISHER - Relation de FABER-JACKSON

On montre que l'introduction d'un champ scalaire de gravitation permet d'expliquer la forme des courbes de rotation des galaxies. Plus précisément, la théorie formulée au § III. permet de déduire les relations de TULLY-FISHER (cas des galaxies spirales) et de FABER-JACKSON (cas des galaxies elliptiques).

Considérons un corps lumineux (étoile, gaz, poussière) en mouvement sur un plan défini par les axes Ox et Oy , où O est le centre de la galaxie visible (cf. figure 1). Ce corps est vu respectivement en M_0 à l'instant t_0 et M à un instant t ultérieur par un observateur situé en

point O' du plan (Ox, Oy) . Soit $v = r \dot{\theta}$ la vitesse circulaire du corps lumineux, on a, d'après la figure :

$$c(t - t_0) = r \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \quad (4-a)$$

Il en découle par différentiation : $c dt = dr \sin \theta + v \cos \theta dt$

d'où l'on tire :

$$c^2 \frac{dt}{dr} = \frac{c \sin \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (4-b)$$

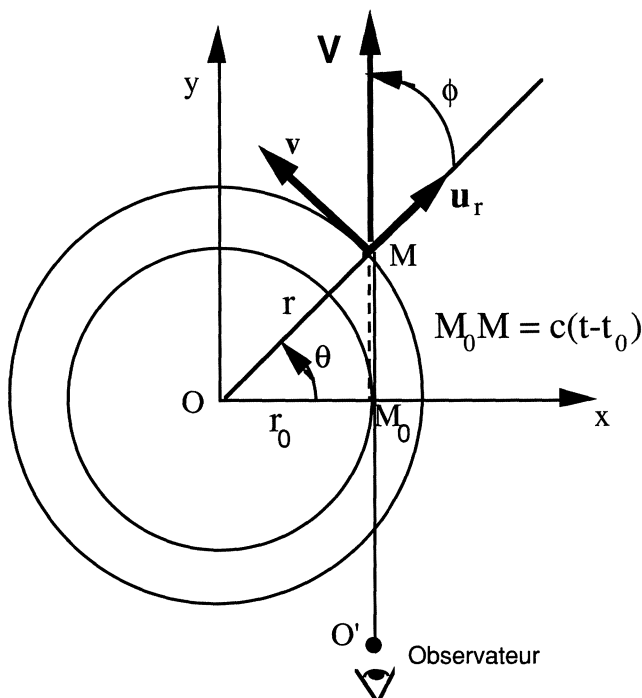


Figure 1. : Mouvement d'un corps gravitant, dans un univers en expansion, autour du centre d'une galaxie ; V désigne la vitesse de récession associée au flot de HUBBLE à l'instant t (cf. § III.1.1.1.).

Pour $v \ll c$ (approximation des faibles vitesses) il vient :

$$H c^2 \frac{dt}{dr} = H c \sin \theta \quad (4-c)$$

Compte tenu de (4-c), en négligeant $\left| \frac{d^2 r}{dt^2} \right|$ devant $G \frac{m(r)}{r^2}$, l'équation (9) du § III.1.1.2. prend alors la forme :

$$v^2 = G \frac{m(r)}{r} + H_0 c r \cos \phi \quad (5)$$

où on a posé : $\phi = \phi(r) = \frac{\pi}{2} - \theta(r)$

$$\text{On pose également : } m(r) = \frac{H_0 c}{G} \frac{r^2}{\beta^2} \quad \text{et} \quad \rho^\circ(r) = \frac{3}{4\pi} \frac{H_0 c}{G} \frac{1}{\beta^2 r}$$

(6)

où $\rho^\circ = \rho^\circ(r)$ désigne la masse volumique associée à la distribution de masse de symétrie sphérique $m(r)$ et $\beta = \beta(r)$ une fonction à déterminer.

IV.2.1. Relation de TULLY-FISHER

Considérons une galaxie spirale, compte tenu de (6), la formule (5) s'écrit encore :

$$v^4 = \left\{ \frac{1}{\beta(r)} + \beta(r) \cos \phi(r) \right\}^2 G m(r) H_0 c \quad (7)$$

On en déduit⁵⁶ pour $R_{\max} \approx r_c$ et une distribution de vitesses supposée uniforme que :

$$v_{\max}^4 = \frac{1}{4} c H_0 G m \quad (8)$$

où $v_{\max}$ représente la vitesse de rotation maximale d'un corps lumineux de la galaxie spirale considérée, $R_{\max}$ le rayon et $m = m(R_{\max})$ la masse totale de la galaxie (dans l'hypothèse d'un halo sombre de contour sphérique).

Une relation analogue à (8) a été proposée dans le cadre d'une théorie qui, elle, suppose une modification des lois de la dynamique newtonienne⁵⁷. Cependant, cette théorie (MOND) introduit une constante universelle supplémentaire a_0 dont l'identification avec cH_0 (H_0 désigne la valeur actuelle du paramètre de HUBBLE) apparaît comme une coïncidence selon l'auteur lui-même⁵⁸.

IV.2.2. Relation de FABER-JACKSON

Cette relation ne s'applique que pour les galaxies elliptiques. En effet, dans une galaxie elliptique les vitesses des étoiles et du gaz étant distribuées de façon aléatoire, on a $\langle v \rangle = 0$, où v représente la vitesse circulaire. Soit σ la dispersion de vitesses ; de la relation (5) on déduit :

$$\sigma^2 = [\langle v^2 \rangle]_{\max} = \left[\frac{1}{\beta(r)} \sqrt{G m(r) H_0 c} \right]_{\max}$$

soit, en posant $\alpha = [\beta(r)]_{\max}^{-2}$

$$\sigma^4 = \frac{1}{\alpha} c H_0 G m \quad (9)$$

Récemment R. H. SANDERS⁵⁹ a proposé, à partir de l'étude du rayonnement X émis par les gaz chauds d'un échantillon de vingt riches amas de galaxies, une relation analogue pour les amas de galaxies qu'il interprète comme une conséquence directe de la théorie MOND de M. MILGROM.

56. J. P. MBELEK, *Ankh* n°2, *op. cit.*, pp. 228-230

57. M. MILGROM, *The Astrophysical Journal*, 270, 1983, pp. 371 - 383.

58. M. MILGROM, *La Recherche*, Volume 19, N°196, Février 1988, pp. 182 - 190.

59. R. H. SANDERS, "A FABER-JACKSON relation for clusters of galaxies : implications for modified dynamics", *Astronomy and Astrophysics Letters*, 284, 1994, pp. 31-34.

IV. 3. Effets de l'expansion dans la Galaxie et le Système solaire

Dans cette section, on montre à partir de modèles simplifiés, l'influence que pourrait avoir un champ scalaire de gravitation sur la dynamique de la matière dans une galaxie. On met en évidence des manifestations possibles ou observées de l'expansion de l'Univers, à l'échelle de la Galaxie, du Système solaire, d'une planète, en s'appuyant sur des données expérimentales. L'étude ci-après porte sur :

- la localisation et la forme du halo sombre de la Galaxie,
- la localisation et la forme du nuage de OORT,
- l'allongement de la durée du jour,
- l'accélération séculaire de la Lune ainsi que celle d'autres astres du Système solaire.

IV.3.1. Forme et localisation du halo de la Galaxie et du nuage de OORT

IV.3.1.1. *Forme du halo sombre galactique et du nuage de OORT*

Dans une publication récente⁶⁰, l'un d'entre nous a montré qu'en tout point d'une distribution de matière subissant l'expansion, on peut définir un potentiel de gravitation à symétrie sphérique, superposition d'un potentiel de gravitation newtonien ($V_N \propto 1/r$) dominant à petite échelle, et d'un potentiel de gravitation scalaire ($V_U \propto r$) dominant à grande échelle.

Conformément à ces résultats, il doit donc exister au sein de toute distribution de matière une région frontière où les deux champs de gravitation s'équilibrent. De part et d'autre de cette limite, la matière devrait se répartir selon une symétrie imposée par le champ dominant. Ainsi, la répartition de la matière visible d'une galaxie spirale suit plutôt une distribution spatiale à symétrie axiale en forme de disque. Cette forme est typique d'un champ tensoriel de gravitation et est observable également à l'échelle du Système solaire. On peut alors se demander dans quelle mesure la forme sphéroïdale du halo visible galactique ainsi que celle du nuage de OORT ne pourraient pas être la signature d'un champ de gravitation dont le caractère scalaire prédominerait.

Soit une distribution de matière de symétrie sphérique et de masse totale M contenue dans un volume initial quelconque, r la distance d'un point matériel extérieur à cette distribution de matière. Si à la distance r les intensités des champs tensoriel et scalaire de gravitation sont égales, l'accélération que subit un corps d'épreuve de masse quelconque en r est nulle et on a (cf. relation (74) § III. .2.7.) :

$$-\frac{V''}{r} - \frac{G M}{r^2} + H c = 0 \quad (10)$$

On peut donc définir un rayon critique r_c en-deçà duquel la composante tensorielle pure du champ de gravitation prédomine sur la composante scalaire et inversement au-delà de cette limite :

$$r_c = \sqrt{\frac{G M}{H c}} \quad (11)$$

Cette relation est importante dans son interprétation : en matière de cosmologie, elle indique que la dynamique de formation des structures de l'Univers, pourrait s'envisager à partir de la rivalité permanente des deux champs de gravitation (newtonien et scalaire)

⁶⁰ J. P. MBELEK, *Ankh* n° 2, *op. cit.*, pp. 224-225.

s'exerçant sur une distribution de matière originellement fluctuante (fluctuation quantique). Cette relation (11) peut aussi rendre compte de la forme sphéroïdale du halo sombre galactique ou du nuage de OORT. Comme on le montre ci-après, ils se situent tous deux dans une région dominée par le champ scalaire de gravitation. Une relation semblable a déjà été établie par M. MILGROM à partir d'une modification, pour les faibles accélérations, de la seconde loi de NEWTON⁶¹. La théorie MOND semble avoir été mise en défaut en laboratoire⁶².

IV.3.1.2. Localisation du halo sombre galactique

Soit M_G la masse totale de la Galaxie (matière visible et matière noire). La masse de la matière visible de la Galaxie⁶³ représente à peu près 10 % de sa masse totale.

On a : $H = 80,6 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 2,6 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ (cf. Ankh n°1, février 1992, p. 94)

$M_G = 10 \times 1,5 \cdot 10^{11} M_\odot$; $M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (masse du soleil) ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$; $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $1 \text{ kpc} = 3,086 \cdot 10^{19} \text{ m} = 2,062648 \cdot 10^8 \text{ UA}$.

La relation (11) fournit comme valeur théorique de la distance minimum du halo au centre galactique :

$$r_c = 16,4 \text{ kpc}$$

Le rayon du halo visible de la Galaxie estimé expérimentalement^{64,65} est de l'ordre de 15 kpc.

IV.3.1.3. Localisation du nuage de OORT

Soit M_S la masse totale du Système solaire (matière visible et matière noire). Le pourcentage de matière noire représente environ 30% de la masse totale du Système solaire.

On a : $M_S = 1,3 M_\odot = 2,6 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

La relation (11) fournit comme valeur théorique de la distance minimum du nuage de OORT au centre du Système solaire :

$$r_c = 3,2 \cdot 10^3 \text{ UA}$$

L'existence et la forme sphérique supposées du nuage de OORT ont été déduites d'une étude statistique des trajectoires des comètes par J. H. OORT⁶⁶ en 1950 et de la théorie de l'accumulation des planètes géantes par V. S. SAFRONOV⁶⁷ en 1972. Sa distance minimale au

61. M. MILGROM, "A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis", The Astrophysical Journal, 270, pp. 369-370, 1983 July 15.

62. A. ABRAMOVICI, Z. VAGER, "Test of Newton's second law at small accelerations", Physical Review D, Vol. 34, n°10, 1986.

63. R. J. TAYLER, *Galaxies : structure and evolution*, Cambridge, Cambridge University Press, 1993, pp. 110-127.

64. Bureau des longitudes, *La galaxie-l'univers extragalactique*, encyclopédie scientifique de l'univers, Paris, Gauthier-Villars/Bordas, 1988, p. 106.

65. A. ACKER, *Astronomie — Introduction*, Paris, Masson, 1992, P. 279.

66. J.H. OORT, "The structure of the cloud of comets surrounding the solar system, and a hypothesis concerning its origin", Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. XI, n°408, 1950, pp. 91-110.

67. V. S. SAFRONOV, "Ejection of Bodies from the Solar System in the course of the Accumulation of the Giant Planets and the Formation of the Cometary Cloud", in *The Motion*,

Soleil initialement estimée à environ 50 000 UA (Unités Astronomiques) puis à 10 000 UA, ne serait plus que de quelques milliers d'UA^{68,69} (3000 UA d'après DUNCAN⁷⁰). Ce nuage n'a jusqu'à présent jamais fait l'objet d'observation directe car il est composé d'objets (planétésimaux) peu lumineux nécessitant des instruments d'observation bien plus sensibles que ceux dont on dispose aujourd'hui. La figure qui suit représente de manière schématique la structure de la Galaxie et celle du Système solaire. Elle permet de comparer la similitude de forme suivant la distance au centre des deux structures.

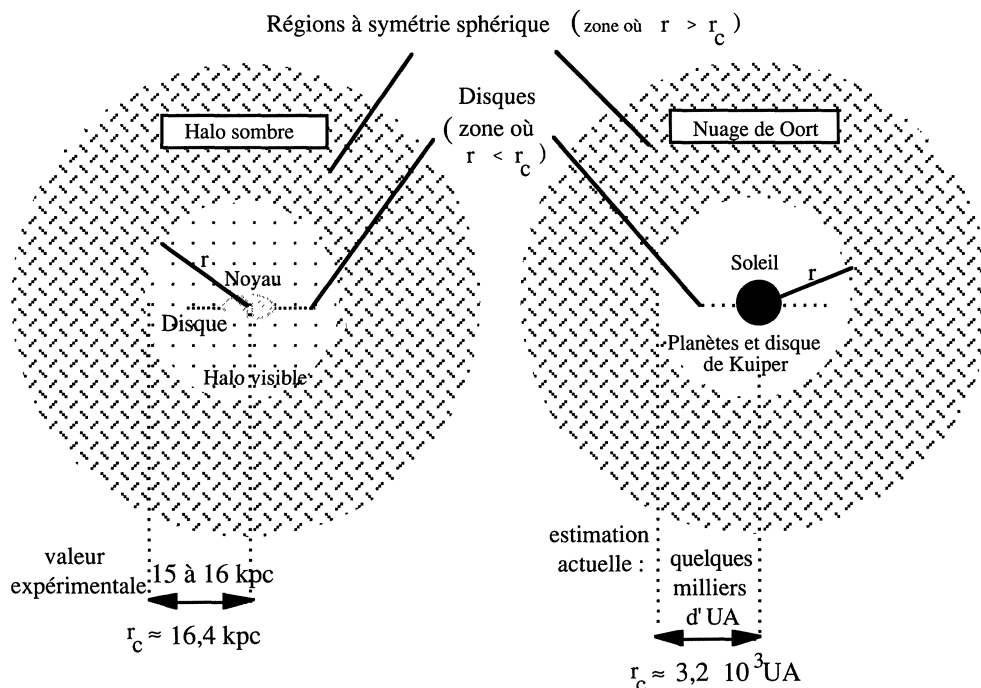


Figure 2: Répartition de la matière dans la Galaxie et dans le Système solaire. Dans la région interne pour laquelle la matière est répartie (schématiquement) selon un disque, l'intensité du champ tensoriel de gravitation est plus forte que celle du champ scalaire de gravitation. Dans la zone où la matière est répartie plutôt selon une symétrie sphérique, l'intensité du champ scalaire est plus forte que celle du champ tensoriel pur. La frontière de ces deux

zones est définie par le rayon critique $r_c = \sqrt{\frac{G M}{H c}}$ dont la valeur est obtenue en supposant que les deux structures (la Galaxie et le Système solaire) subissent le flot de HUBBLE. Ces valeurs sont comparées à celles évaluées expérimentalement.

Evolution of Orbits, and Origin of Comets, IAU Symposium n° 45, 4-11 Août 1970, pp. 329-340.

68. L. NOTTALE, *L'Univers et la Lumière*, Paris, Flammarion, 1994, p. 95.

69. D. BENEST, C. FROESCHLÉ, H. RICKMAN, *La Recherche*, n°14, 1989, pp. 1172-1183.

70. M. DUNCAN, T. QUIN, S. TREMAINE, "The Formation and Extent of the Solar System Comet Cloud", *The Astronomical Journal*, Vol. 64, n°5, 1987, pp. 1330-1338.

IV.3.2. Accélération séculaire résiduelle d'un corps central et de ses satellites — Allongement de la durée du jour.

Il est admis que le ralentissement séculaire de la Lune ainsi que sa vitesse d'éloignement par rapport à la Terre (environ 3 cm/an actuellement^{71,72}) sont une conséquence directe et indirecte du ralentissement de la vitesse de rotation de la Terre sous les effets gravitationnels de marées qu'exerce la Lune sur la Terre.

Reprenant les travaux de P.-S. LAPLACE (1787), ADAMS (1880) montra que seule près de la moitié de l'accélération séculaire totale observée de la Lune est imputable à la mécanique céleste (essentiellement les effets perturbateurs de Jupiter et de Vénus sur l'excentricité de l'orbite terrestre). Cette contribution est périodique, et une inversion de celle-ci est prévue dans environ 24 000 ans. L'autre partie est en général interprétée comme une conséquence des marées océaniques⁷³. Cette valeur résiduelle de l'accélération est actuellement estimée^{74,75} environ à $\ddot{\theta} = -25,3/\text{siècle}^2$ (cf. conventions de notations au § IV.3.2.1.).

L'augmentation graduelle de la durée du jour effectivement constatée sur les trois derniers siècles⁷⁶ est de l'ordre de 0,002 s/siècle, ce qui correspond à une accélération séculaire de la

Terre⁷⁷ de l'ordre de $\dot{\omega} = -6 \cdot 10^{-22} \text{ rd/s}^2$. Par ailleurs, des traces géologiques (anneaux de croissance des coraux) indiquent un accroissement irréversible de la durée du jour (on suppose que la durée de l'année n'a pas varié) dont le taux moyen est du même ordre de grandeur (0,002 s/siècle) sur les 300 derniers millions années^{78,79}. Une fois déduites les contributions périodiques occasionnées par les marées terrestres ou les variations du régime des vents ainsi que les contributions irréversibles attribuées aux couplages internes noyau-manteau^{80,81}, le ralentissement séculaire résiduel de la Terre est généralement attribué aux

71. J. KOVALESKI, "New Problems in Astrometry", in IAU Symposium N°61, 1974, p. 272. et p. 274.

72. J. -R. ROY, *L'astronomie et son histoire*, Paris, Masson, 1982, p. 55.

73. H. SPENCER JONES, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 99, 1939, p. 541.

(Le philosophe E. KANT fut le premier à avancer cette explication en 1754. Cette idée fut ensuite reprise par R. MAYER en 1848 puis par M. TYNDALL en 1863 et enfin par W. FERREL et DELAUNAY respectivement en 1864 et 1865. cf. F. TISSERAND, *Traité de mécanique céleste*, Tome 2, Paris, Gauthiers Villars, 1960, p. 537).

74. J. O. DICKEY *et al.*, "Geophysical Applications of Lunar Laser Ranging", Pres. XVIIIth Gen. Ass. IUGG, Hamburg, 1983.

75. M. K. CHENG *et al.*, "Tidal deceleration of the Moon's mean motion", *Geophys. J. Int.*, 108, 1992, pp. 401-409.

76. P. BAKOULINE *et al.*, "Mouvements de la Terre", in *Astronomie Générale*, Moscou, Mir, p. 136.

77. B. BERTOTTI, P. FARINELLA, *Physics of the Earth and the Solar System*, Dordrecht-Boston-London, Kluwer Academic Publishers, 1990, p. 51.

78. J. W. WELLS, "Paleontological Evidence of the Rate of the Earth's Rotation", in *The Earth-Moon System*, New York, Plenum Press, 1966, p. 73.

79. Wm. MARKOWITZ, Symposium N°48, *op. cit.*, p. 161.

80. R. H. DICKE, "The Secular Acceleration of the Earth's Rotation and Cosmology", in *The Earth-Moon System*, New York, Plenum Press, 1966, pp. 99-164.

81. P. de la COTARDIÈRE, *Astronomie*, ouvrage collectif, Paris, Larousse, p. 214.

frottements induits par les marées océaniques, la dissipation de l'énergie des marées ayant lieu surtout dans les mers étroites et peu profondes^{82,83}.

En fait, de nombreux travaux portant sur le sujet insistent sur la difficulté de concilier les valeurs expérimentales d'accélération séculaires résiduelles^{84,85,86,87} (et même périodiques⁸⁸) aux modèles construits à partir des marées océaniques. Les marées océaniques n'expliqueraient l'accélération séculaire de la Terre et de la Lune que partiellement. C'est ainsi qu'antérieurement, dans le cadre de cosmologies alternatives, certains auteurs ont suggéré l'idée d'une constante universelle de gravitation G diminuant progressivement avec le temps (concept introduit par P. A. M. DIRAC). Il en résulterait alors une augmentation simultanée du volume de la Terre, donc de son moment d'inertie, d'où un ralentissement de sa vitesse de rotation. Il est remarquable à cet égard que P. JORDAN⁸⁹, dans sa tentative d'expliquer l'allongement de la durée du jour, attribua au taux de variation de la constante gravitationnelle $\dot{G}/G$ une valeur comprise entre $-2 \cdot 10^{-10}$ /an et $-1 \cdot 10^{-10}$ /an afin de le rendre compatible avec un allongement de la durée du jour d'environ 0,001 s/siècle^{90,91}. Plus tard, dans une démarche identique, C. T. MURPHY et R. H. DICKE⁹² attribuèrent à $\dot{G}/G$ la valeur de $-3,8 \cdot 10^{-11}$ /an, puis T. C. Van FLANDERN⁹³ la valeur $-8 \pm 5 \cdot 10^{-11}$ /an. Or une estimation relativement récente⁹⁴ a montré que $\dot{G}/G$ ne peut être supérieure à $-0,2 \pm 0,4 \cdot 10^{-11}$ /an. La décélération de la Terre $\dot{\omega} = 2\omega \dot{G}/G$ (où ω est la vitesse angulaire de la Terre) qui résulterait de cette variation de G serait alors de l'ordre de 10^{-23} rd/s², valeur très inférieure à la valeur mesurée actuellement. Si certains faits matériels concernant l'évolution de la croûte terrestre semblent confirmer cette théorie du "gonflement" de la Terre^{95,96}, il n'en reste pas moins que l'interprétation de la cause (constante gravitationnelle dépendante du temps) est par contre invalidée par l'expérience. Comme nous le montrons ci-après, cette augmentation du rayon terrestre pourrait être en fait la manifestation d'un champ scalaire en rapport avec l'expansion de l'Univers.

Parmi les contributions portant sur la possibilité d'introduire un champ scalaire à cette échelle de l'Univers, on peut citer tout particulièrement celles de D. H. WEINSTEIN et J.

82. H. JEFFREYS, "Creep in the Earth and Planets", in *Rotation of the Earth*, IAU Symposium N°48, 9-15 mai 1971, pp. 1-9.

83. A. E. ROY, *Orbital Motion*, 1982, Bristol, Adam Hilger Ltd, p. 268.

84. R. H. DICKE, *op. cit.*, p. 159-160.

85. G. W. GROVES, *op. cit.*, p. 89.

86. L. V. MORISSON, "Rotation of the Earth from AD 1663-1972 and the Constancy of G ", *Nature*, Vol. 241, Feb. 23, 1973, p. 519.

87. W. H. MUNK, G. J. F. MACDONALD, *The rotation of the Earth*, London, Cambridge University Press, 1975, p. 247.

88. R. D. RAY et al, "Diurnal and Semidiurnal Variations in the Earth's Rotation Rate Induced by Oceanic Tides", *Science*, Vol. 264, 6 May 1994, pp. 830-832.

89. P. JORDAN, *Schwerkraft und Weltall*, Braunschweig, Friedrich Vieweg und Sohn, 1955.

90. R. H. DICKE, *op. cit.* 41, p. 99.

91. Y. RIABOV, *Les mouvements des corps célestes*, Moscou, Mir, 1967, pp. 220-238.

92. C. T. MURPHY, R. H. DICKE, *Proc. Am. Phil. Soc.*, **108**, 1964, p. 224.

93. T. C. Van FLANDERN, M. N. R. A. S., **170**, 1975, p. 333.

94. J. V. NARLIKAR, *Introduction to cosmologie*, Cambridge, Cambridge University Press, 1993, pp. 370, 371.

95. L. EGYED, *Nature*, **178**, 534, 1956.

96. S. K. RUNCORN, "Changes in the Earth's Moment of Inertia", *Nature*, pp.823-825, 1964.

KEENEY^{97,98,99,100} qui ont tenté de généraliser la loi de HUBBLE et de déterminer la constante de HUBBLE, H . Ils supposent que tout corps subit une force "de corps fatigué" (par analogie avec la fatigue de la lumière) dirigée en sens inverse de sa quantité de mouvement : $\vec{F} = -H \vec{P}$. Ils appliquent cet effet aux corps en rotation. Les équations du mouvement sont ensuite déduites pour le système Soleil-Terre-Lune. Pour déterminer H par cette méthode, il est nécessaire d'évaluer au préalable le ralentissement séculaire de la Terre (à partir de données fossiles géologiques, par exemple) et aussi de connaître le couple exercé par les marées sur la Terre. Ils estiment ainsi H à environ 10^{-18} s^{-1} .

Notre démarche se rapproche de celle de D. H. WEINSTEIN et J. KEENEY sur le point suivant :

elle introduit une force $\vec{F} = -H \vec{P}$.

Leur approche diffère de la nôtre sur plusieurs points :

1°/ elle repose au départ sur l'équation de PROCA qui admet une masse du photon non nulle, ce qui n'est pas vérifié par l'expérience,

2°/ elle nécessite de connaître plusieurs paramètres (ralentissement séculaire de la Terre et contribution des marées) afin de déterminer H . Il s'ensuit que la valeur trouvée pour H dépend en particulier de l'ajustement qui est fait dans l'évaluation des termes dissipatifs occasionnés par les marées,

3°/ elle fait appel à la troisième loi de KEPLER qui est déduite des lois de NEWTON en supposant la conservation du moment cinétique total d'un système isolé et où la force de "corps fatigué" n'apparaît pas. '

Dans ce qui suit, on montre, en partant de l'hypothèse de l'existence du flot de HUBBLE à l'intérieur de la Galaxie, que l'expansion de l'Univers peut avoir une contribution non négligeable sur la dynamique d'un couple d'astres quelconque (corps central-satellite) et peut ainsi induire des effets mesurables à l'échelle du Système solaire et de ses sous-structures : ralentissement résiduel de la rotation de la Terre, accélération séculaire résiduelle de la Lune, de Deimos, de Mimas etc.

On montre en particulier que, dans le cas du couple Terre-Lune, le champ scalaire de gravitation dû au flot de HUBBLE peut rendre compte de la majeure partie des accélérations séculaires résiduelles actuellement observées de la Terre et de la Lune.

97. D. H. WEINSTEIN, J. KEENEY, "Paleontology and the Dynamic History of the Sun-Earth-Moon System", in *Growth Rhythms and The History of The Earth's Rotation*, London, John Wiley & Sons Ed., 1975, pp. 377-383.

98. D. H. WEINSTEIN, J. KEENEY, 1973, *Nature*, 244, pp. 83-84.

99. D. H. WEINSTEIN, J. KEENEY, "Hubble's constant and Rotational Deceleration", *Lettere al Nuovo Cimento*, 8, n° 5, 1973, pp. 299-302.

100. D. H. WEINSTEIN, J. KEENEY, *Generalization of Hubble's law*, *Nature*, 247, 1974, p. 140.

IV.3.2.1. *Calculs des accélérations résiduelles*

Dans la suite, on supposera la sphéricité du corps central (CC) et des satellites, leurs axes de rotation parallèles et les orbites circulaires.

Soient :

- σ_S le moment cinétique du satellite par rapport à son axe de révolution autour du CC ; v , $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ respectivement sa vitesse tangentielle, sa vitesse et son accélération angulaires de rotation autour du CC ; ω_S et $\dot{\omega}_S$ respectivement sa vitesse et son accélération angulaires de rotation autour de lui-même, m sa masse ; r son rayon orbital ; R_S son rayon ; T_S sa période de révolution sidérale et T'_S sa période de rotation ;

- σ_C le moment cinétique du CC par rapport à son axe de rotation autour de lui-même ; ω et $\dot{\omega}$ respectivement la vitesse et l'accélération angulaires de rotation du CC autour de lui-même et T_C sa période de rotation ; M la masse du CC et R_C son rayon.

On applique le théorème de la conservation du moment cinétique au système isolé CC-Satellite :

$$\sigma_S + \sigma_C = \text{cte} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} (\sigma_S + \sigma_C) = 0 \quad (13)$$

$$\text{avec} \quad \sigma_S = m v r \quad ; \quad \sigma_C = \frac{2}{5} M R_C^2 \omega \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

$$\text{et la condition (cf § IV.3.1.)} \quad r \ll \sqrt{\frac{G M}{H^2 c}}$$

On admet que le corps central ainsi que le satellite subissent eux mêmes l'expansion de l'Univers.

Le moment cinétique du CC s'écrit :

$$\frac{d\sigma_C}{dt} = \frac{2}{5} M R_C^2 \dot{\omega} + \frac{4}{5} M R_C \frac{dR_C}{dt} \omega \quad (14)$$

En remarquant que :

$$\frac{d(m v r)}{dt} = m r \frac{dv}{dt} + m v \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} m v H r$$

$$\text{où} \quad \frac{dr}{dt} = H r \quad (15)$$

on obtient le moment cinétique du satellite :

$$\frac{d\sigma_s}{dt} = \frac{1}{2} m v H r + \frac{2}{5} m R_s^2 \dot{\omega}_s + \frac{4}{5} m R_s \frac{dR_s}{dt} \omega_s \quad (16)$$

Avec
$$H = \frac{1}{R_c} \frac{dR_c}{dt} = \frac{1}{R_s} \frac{dR_s}{dt} \quad (17)$$

et
$$v = r \dot{\theta} \quad \text{et} \quad \dot{\theta} = \frac{2\pi}{T_s}$$

l'accélération séculaire du corps central s'exprime :

$$\dot{\omega} = - \left(\frac{4\pi}{T_c} + \frac{5}{8} \frac{m}{M} \frac{r^2}{R_c^2} \frac{4\pi}{T_s} + \frac{m}{M} \frac{R_s^2}{R_c^2} \frac{4\pi}{T_s} \right) H - \frac{m}{M} \frac{R_s^2}{R_c^2} \dot{\omega}_s$$

Si on néglige le moment cinétique du satellite autour de son axe de rotation (cette approximation est justifiée expérimentalement pour les cas traités ici), les deux derniers termes du second membre de la dernière relation sont négligeables devant les deux premiers. On obtient finalement :

- l'accélération séculaire du corps central :

$$\dot{\omega} \approx - \left(\frac{4\pi}{T_c} + \frac{5}{8} \frac{m}{M} \frac{r^2}{R_c^2} \frac{4\pi}{T_s} \right) H \quad (18)$$

- l'accélération séculaire du satellite :

$$\ddot{\theta} = - \frac{3\pi}{T_s} H \quad (19)$$

Remarques :

- La relation (15) représente la vitesse radiale d'éloignement du satellite par rapport au corps central due au flot de HUBBLE (cf. § IV.1).

- Le terme de la forme
$$- \frac{4\pi}{T} H \quad (20)$$

de l'expression (18) ne dépend pas des masses. Il traduit l'effet de l'expansion de l'Univers sur la révolution ou la rotation d'un corps (satellite ou corps central) supposé isolé.

- Dans le cadre de la cosmologie de DIRAC-JORDAN évoquée plus haut, la variation supposée de la constante de gravitation en fonction du temps s'écrit $\dot{G}/G = -H$, d'où l'on déduit :

$$\dot{\omega} = -2\omega H = -\frac{4\pi}{T} H \quad (21)$$

relation équivalente à l'expression (20) ci-dessus établie en conservant la constance de G en fonction du temps ainsi que celle du rayon de l'astre.

IV.3.2.2.Applications numériques - comparaison aux valeurs expérimentales

Les accélérations séculaires de la Terre et de quelques satellites du Système solaire ont été calculées à partir des relations (17), (18), (19) établies au paragraphe IV.3.2.1. . Les résultats présentés dans le tableau ci-dessous se rapportent aux cas pour lesquels on dispose de données expérimentales.

Corps Central Satellite	Valeurs théoriques	Valeurs expérimentales et estimations actuelles
Soleil		
$\frac{dR_C}{dt}$	5,7 cm/siècle	2,4 cm/siècle 101
Terre $\ddot{\theta}$	-1,6 "/siècle ²	- 2 "/siècle ²
Terre $\dot{\omega}$ $\frac{dR_C}{dt}$	- 7,6 10 ⁻²² rd/s ² 6 cm/siècle	- 5 à - 7 10 ⁻²² rd/s ² 102 6,8 cm/siècle 103 ≈ 11 cm/siècle 104
Lune 105 $\ddot{\theta}$ $\frac{dr}{dt}$	- 20,9 "/siècle ² ≈ 3,2 cm/an	- 25,25 ± 0,4 "/siècle ² ≈ 3,3 cm/an
Mars	/	/
Deimos 106 $\ddot{\theta}$	- 0,13deg/siècle ²	- 0,4 ± 0,2 deg/siècle ²
Saturne	/	/
Mimas 107 $\ddot{\theta}$	- 0,17 deg/siècle ²	- 1,63 ± 0,86 deg/siècle ²

Tableau : Accélérations séculaires de la Terre et de quelques satellites du Système solaire induites par le flot de HUBBLE

101. M. STIX, "The Sun — an Introduction", Springer-Verlag, Paris, 1989, p. 4.
102. A. TOOMRE, "On the Coupling of the Earth's Core and Mantle", inThe Earth-Moon System, Plenum Press, New York, 1966, p. 37.
103. Y. RIABOV, *op. cit.* , p. 238. [Valeur relative à la structure de l'écorce terrestre et à la disposition des continents].
104.N. -A. MORNER, "Sea Level Changes and Earth's Rate Rotation", Journal of Coastal Research, Vol. 8, Iss : 4, 1992, pp. 966-971.[Valeur relative à l'élévation du niveau de la mer]
105. On néglige, du fait de sa faible valeur (5°1 E), l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire par rapport au plan équatorial de la Terre dans le bilan de conservation du moment cinétique du système Terre-Lune.
106. S. FERRAZ-MELLO, "Satellite Orbits and Ephemerides", in Celestial Mechanics, International Journal of Space Dynamics, Boston, Vol. 34, 1984, pp. 223-241.
107. D. HARPER, D. B. TAYLOR, "The Orbits of the Major Satellites of Saturne", Astron. Astrophys., 268, 1993, pp. 326-249.

Données numériques :

$$H = 80,6 \text{ km/s/Mpc} = 2,6 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

Système Soleil - Terre [cf. § IV., (17), (18), (19)] : $T_S = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$; $R_C = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Système Terre - Lune [cf. § IV. (17), (18), (19)] :

$$r = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m} ; v = 10^3 \text{ m/s} ; T_S = 2,4 \cdot 10^6 \text{ s} ; m = 7,352 \cdot 10^{22} \text{ kg} ; R_C = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} ; \\ M = 5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; M/m = 81 ; T_C = 8,6400 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Système Mars - Deimos [cf. § IV., (19)] : $T_S = 1,09 \cdot 10^5 \text{ s}$

Système Saturne - Mimas [cf. § IV., (19)] : $T_S = 8,14 \cdot 10^4 \text{ s}$

IV.3.2.3. *Ralentissement cosmologique des horloges et accélération séculaire*

Il existe une similitude entre l'expression $\frac{dv}{dt} = -Hv$ (cf. (17), § III.1.3.) du redshift cosmologique et la relation (20) donnant l'accélération séculaire d'un corps isolé.

La relation (20) s'écrit encore sous l'une où l'autre des formes suivantes :

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{4\pi}{T} H \quad (22) \quad \frac{dv}{dt} = -2Hv \quad (23)$$

où T est la période du mouvement considéré, $\Omega = 2\pi\nu$ sa pulsation et ν sa fréquence.

La relation (23) diffère de ((17), § III.1.3.) d'un facteur 2. Ceci est dû au fait que dans la relation ((17), § III.1.3.), on ne tient compte que de l'incidence temporelle de l'expansion de l'Univers. La prise en compte de l'effet spatial, tout comme dans le cas de la déviation des rayons lumineux¹⁰⁸, introduit un facteur 2 supplémentaire.

V. Conclusion

Nous avons proposé une interprétation du redshift cosmologique fondé sur l'existence d'un champ scalaire de gravitation responsable de l'expansion de l'Univers.

Ce champ scalaire varie avec le temps de sorte que tout observateur dans l'Univers peut se considérer comme le centre du phénomène d'expansion éloignant les autres corps de lui.

Il s'ensuit que, dans le cadre de la relativité générale, le redshift cosmologique peut être vu :
- soit comme un effet de non uniformité du temps, conséquence de l'existence du champ scalaire associé à l'expansion de l'Univers,
- soit comme un effet EINSTEIN (décalage spectral gravitationnel), induit sur la fréquence des photons par le champ scalaire de gravitation, homologue de l'effet EINSTEIN connu pour le champ de gravitation tensoriel classique.

¹⁰⁸. I. R. KENYON, General Relativity, Oxford, Oxford University Press, 1990, pp. 94-95.

Nous nous sommes interrogés sur l'incidence du champ scalaire de gravitation sur les phénomènes physiques, à différentes échelles : galactique, planétaire, atomique, subatomique...

Afin d'assurer la covariance des lois physiques à toutes les échelles d'un univers non statique, nous avons proposé une théorie métrique de la gravitation à deux composantes, l'une purement tensorielle (véhiculée par un graviton de spin 2) l'autre scalaire (véhiculée par un graviton de spin 0). Cette théorie fait l'économie du principe cosmologique et de ce fait n'est pas en conflit avec l'observation sur la distribution non homogène de la matière visible et la grande isotropie du rayonnement cosmologique (cf. E. ELBAZ, *op. cit.*, pp. 5-6). Elle est fondée sur une métrique unique pour décrire la géométrie de l'espace-temps à toutes les échelles ; ceci est réalisé par une dépendance explicite du tenseur métrique en fonction du champ scalaire de gravitation. Seul le temps propre de l'observateur intervient dans les équations de champ et de mouvement pour assurer la covariance des lois physiques. En particulier, la théorie proposée livre, sans recourir au principe cosmologique, des équations formellement identiques aux équations des cosmologies des modèles de FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER et de LEMAÎTRE-FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER.

Nous avons appliqué la théorie proposée pour interpréter des phénomènes jusqu'ici mal ou non expliqués : relations de TULLY-FISHER et de FABER-JACKSON, forme et localisation du halo sombre galactique et du nuage de OORT, accélérations séculaires des astres, allongement de la durée du jour. Chacun de ces phénomènes trouve, dans le cadre de notre approche, une explication découlant immédiatement de l'existence du champ scalaire de gravitation. Les valeurs calculées à partir des formules théoriques établies sont en bon accord avec les données d'observation. Certaines expressions auxquelles nous avons abouti avec ce seul postulat sont similaires à celles proposées antérieurement par d'autres auteurs (M. MILGROM, D. H. WEINSTEIN et J. KEENEY, M. J. GELLER et P.J.E. PEEBLES) à partir d'hypothèses différentes de la nôtre.

Compte tenu des résultats auxquels nous avons abouti, nous pensons, contrairement à l'idée couramment admise, que le phénomène d'expansion de l'Univers ne doit pas être *a priori* exclus à l'intérieur des galaxies. Des faits expérimentaux corroborent ce point de vue dans la Galaxie (cf. M. BONNEAU, "*Mouvements systématiques des étoiles jeunes*" in Les nouvelles méthodes de la dynamique stellaire, Colloque de Besançon, 21-24 septembre 1966, Ed. du C.N.R.S., Paris, 1967, pp. 13-20 : pour expliquer le mouvement des étoiles jeunes dans les bras de la Galaxie "*KEER, en 1961, postula l'existence d'un mouvement d'expansion généralisé intéressant tous les constituants du disque galactique*". Déjà "*en 1960 et en 1964, ROUGOOR et OORT montraient que le gaz situé dans les parties centrales de la Galaxie était animé d'un mouvement d'expansion d'environ 135 km/s.*")

Plus qu'une théorie de la gravitation, la théorie métrique de la gravitation à deux composantes pourrait constituer un paradigme alternatif dans lequel il nous semble possible de reconsidérer certains problèmes ouverts comme l'énigme de la matière noire, le déficit des neutrinos solaires (cf. J. N. BAHCALL *et al.*, Physical Review Letters, Vol. 28, n°5, 1972, pp.316-318), la nucléosynthèse primordiale, les abondances isotopiques "anormales", la formation et la hiérarchisation des structures de l'Univers (galaxies, amas, superamas), les dynamiques galactique (théorie des ondes de densité), stellaire (modèle de OORT pour le voisinage du Système solaire) et planétaire, l'origine du Système solaire et des comètes, les problèmes soulevés par la quantification dont celle du champ de gravitation.

❑ Les auteurs

Jean Paul MBELEK : Enseignant en physique, il a publié un ouvrage intitulé : *Interaction entre photons et gravitons - Incomplétude des équations de l'électrodynamique et de la gravitation*. Il est l'auteur de deux articles parus dans les numéros 1 et 2 de *Ankh*. Il est également l'inventeur de dispositifs brevetés.

Samory Candace DIOP : Physicien, Docteur de l'Université du Maine, spécialité physique.

Cheikh M'Backé DIOP : Physicien, Docteur d'État ès Sciences.

Ci-contre : Le plafond astronomique de la tombe de SENENMUT (vers 1500 av. J.C.). SENENMUT était l'architecte du temple (Deir el Bahari) de la reine HATSHEPSUT.

Les anciens Égyptiens ont mesuré et divisé le temps. Ils ont ainsi inventé horloges et calendriers, dont le calendrier astronomique (dès 4236 av. J.C.) d'une périodicité de 1460 ans ; cette période de 1460 ans sépare deux levers héliques de l'étoile Sirius sous la latitude de Memphis. Leur calendrier civil de 365 jours (l'année est divisée en 3 saisons de 4 mois, le mois en 3 semaines de 10 jours qui ne chevauchent pas sur les mois ; le jour en 24 heures) accusait un décalage d'un quart de jour par an par rapport au calendrier astronomique. *"Le retard ainsi accumulé au bout de quatre ans est égal à un jour. Au lieu d'ajouter un jour tous les quatre ans et d'instituer une année bissextile, les Égyptiens ont préféré la solution magistrale qui consiste à suivre ce décalage pendant 1460 ans"* (Cheikh Anta DIOP, *Civilisation ou Barbarie*, Paris, Présence Africaine, 1981, p. 354).

Plus fondamentalement, les Égyptiens sont les auteurs des premiers textes philosophiques connus traitant de la cosmogénèse, de l'être, de l'existence et du changement (*Kheper*) (cf. par exemple *"Comment l'existant vint à l'existence"*, Papyrus Bremner Rhind, in Théophile OBENGA, *La philosophie africaine de la période pharaonique — 2780 - 330 avant notre ère*, Paris, l'Harmattan, 1990, pp. 55-63).

"Plus de 2500 ans avant notre ère, les Égyptiens pharaoniques avaient rencontré la question des questions et réfléchi sur elle : la question des origines, la question de la connaissance du monde, du cosmos, son avènement. Leur pensée est d'une radicalité exceptionnelle : avant la naissance de Pharaon lui-même et de tout l'Univers (dieux, ciel, terre, la mort et sa signification), il n'y a ni Dieu-Créateur, ni Néant, ni Chaos, mais le Noun (Nnw), c'est-à-dire Cela qui ne ressemble à rien de connu, d'édifié. Une eau abyssale, absolue, contenant déjà toute la matière première qui va être mise en œuvre par le démiurge, une sorte de conscience latente au sein de cette même eau primordiale." Théophile OBENGA, *ibidem*, p. 30.)

"En venant de lui-même par lui-même à l'existence, le démiurge se met à créer toutes les créatures, [...] Donc, un univers en perpétuel changement, en incessante mutation." (Idem, *ibidem*, p. 63).

Le Noun et le *Kheper* de la cosmogonie égyptienne, peuvent être mis en parallèle avec certains concepts de la cosmologie moderne. Ainsi, nous pouvons lire dans l'ouvrage *"Du vide et de la création"* (Paris, Éditions Odile JACOB, 1993), de l'astrophysicien Michel CASSE le passage suivant :

"En quoi ce vide n'est pas vide. Océan toujours renouvelé de particules virtuelles en interaction, il ne saurait être confondu avec le néant. De surcroît, un ou plusieurs champs scalaires lui sont coextensifs et coéternels. Champs très discrets qui ne trahissent en aucune manière son invisibilité et son inaltérabilité. Et surtout, le vide est plein de lois." (p. 254).

